

ЭНЕРГИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ**ЯВЛЯЕТСЯ ЛИ ПЛОТНОСТЬ ЭНЕРГИИ
ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ?***С.Н. Соколов*

Обсуждается современное состояние проблемы наблюдаемости плотности гравитационной энергии и ее знака. Сравниваются нерелятивистские и релятивистские результаты для статического случая. В рамках общей теории относительности для квадрупольных гравитационных волн дается полное выражение, содержащее нелокальные (интегральные) члены, и приводятся соответствующие инварианты Вейля.

С о д е р ж а н и е

Введение	3
1. Ньютоновское приближение	4
1.1. Нерелятивистское рассуждение о плотности энергии	
1.2. Рассуждение о частицах с отрицательной массой	
2. Релятивистская физика	7
2.1. Геометрические теории	
2.2. Теории в плоском пространстве	
Заключение	11
Литература	12

Введение

Если душа вечна, то существуют две логические возможности: либо души мертвых накапливаются, либо они используются многократно. Некоторые люди предпочитают верить в то, что души сортируются и помещаются куда-то очень далеко, другие верят в то, что души до их возвращения в человеческие существа временно поселяются в животных и растениях, но при этом их полное число сохраняется. Ни одна из этих точек зрения не может быть доказана или опровергнута экспериментально или логически, так как души мертвых людей ненаблюдаемы и аксиоматически плохо определены. Однако это и не очень важно, так как это область религии и веры, где другие аспекты этих понятий имеют большее значение.

В физике объекты должны быть наблюдаемы. Их поведение должно быть экспериментально проверяемо и математически выводимо. К сожалению, плотность энергии гравитационного поля все еще остается мистической идеей, имеющей слабое экспериментальное и логическое обоснование.

Слово энергия в общепринятом смысле означает интенсивность действия или движения, а также потенциальную способность к действию или движению. Таким

образом, если мы слышим о «био», или «психо», или «космо» энергии, то это означает что-то (реальное или вымышленное) возбуждающее людей и имеющее малое отношение к тому, что может быть измерено в эргах или что составляет временную компоненту четырех-вектора. Для ученого слово «энергия» означает не только интенсивность действия, но также, и в первую очередь, нечто, что всегда сохраняется, как жидкость, которая может перемещаться с места на место, но не может быть создана или уничтожена. Практически, сохранение есть наиболее важное свойство энергии, так как оно дает возможность предсказывать большое количество эффектов без обращения к деталям процессов.

Например, для того, чтобы оценить сколько тепла должно быть отведено от мотора, нам совершенно не важно знать, из каких конкретно частей состоит двигатель. Энергия, которая не сохраняется, является для физика бесполезной вещью, бессмыслицей. Желание иметь в теории гравитации такую полезную вещь, как сохраняющаяся энергия, является столь сильным, что очень часто ее существование считается несомненным, как акт веры, с полным игнорированием реальной ситуации.

1. Ньютоновское приближение

Ситуация с плотностью гравитационной энергии является не очень хорошей даже в нерелятивистском случае. Мы знаем, что скорость планеты принимает прежнее значение, когда она, сделав оборот вокруг Солнца, возвращается в свое исходное положение. Этот наблюдательный факт позволяет заключить, что гравитационное взаимодействие способно возвращать кинетическую энергию, которая была ранее поглощена. Таким образом, можно определить гравитационную энергию как некое хранилище кинетической энергии, так что сумма двух энергий в точности сохраняется. Нормировка этой суммы произвольна, так что знак определенной таким образом гравитационной энергии является предметом соглашения. Если предположить, что гравитационная энергия равна нулю, когда тела находятся очень далеко друг от друга и сила гравитации не чувствуется ими, тогда мы получаем, что гравитационная энергия всегда отрицательна.

Это находится в некотором противоречии с обычным смыслом слова энергия, под которым подразумевается мера активности, так как трудно представить отрицательную активность. Однако в этом нет особой беды, так как это лишь следствие комбинирования притягивающего характера гравитационных сил и условия нормировки. Принимая, что нерелятивистские скорости не могут быть слишком большими, скажем не больше $0.5c$, и постулируя, что гравитационная энергия двух тел является положительной и большой, если эти тела находятся далеко друг от друга, мы получим для гравитационной энергии положительное выражение, уменьшающееся на малых расстояниях.

Отметим, что совершенно также положительное выражение может быть получено и в случае электростатической энергии двух заряженных частиц. Предполагая, что электростатическая энергия изолированных электронов или ионов равна mc^2 , где m — масса электрона, мы получаем, что электростатическая энергия, для расстояний больших, чем классический радиус электрона, является положительной величиной, хотя силы имеют характер притяжения.

Вопрос пространственного распределения гравитационной энергии требует рассмотрения дополнительных фактов и предположений. Фактом является то, что гравитационное ускорение не зависит ни от химического состава пробного тела ни от его скорости (в нерелятивистском пределе). Следовательно, в пространстве вокруг тяготеющего тела существует определенное (независимое от пробного тела) рас-

пределение гравитационных ускорений. Можно предположить, что это распределение есть проявление специального вида материи, называемого гравитационным полем, которое распределено в пространстве. Единственность распределения ускорений является критическим обстоятельством в этом рассуждении. Если бы, скажем, ускорения были бы зависящими от пути, по которому пробное тело приходит в место измерения, то было бы трудно соотнести их с полем материи. Можно предположить также, что поле присутствует только там, где присутствует ускорение и одинаковым ускорениям соответствуют одинаковые поля. Последнее предположение кажется логически необходимым, так как в противном случае связь ускорения с распределением поля будет слишком произвольной. В тоже время этого достаточно для однозначного вычисления плотности гравитационной энергии.

1.1. Нерелятивистское рассуждение о плотности энергии. Рассмотрим тонкую пылевидную сферу массы M и радиуса R . Гравитационное ускорение a на внешней поверхности сферы будет $-GM/R^2$, а на внутренней поверхности оно равно нулю. В середине сферического слоя $a = -GM/2R^2$, и это есть среднее значение ускорения частиц пыли, составляющих тонкую сферу. Допустим, в начале все частицы пыли имеют приблизительно одинаковую скорость v , направленную к центру или от центра, так что после малого интервала времени Δt сфера сохранится тонкой и изменит свой радиус на величину $\Delta R = v\Delta t$. Гравитационные силы, проинтегрированные по всем частицам сферы, произведут работу $-aM\Delta R$. В случае $v > 0$, когда сфера становится со временем больше, эта работа отрицательна, частицы теряют кинетическую энергию, а гравитационное поле получает положительную энергию $\Delta E = GM^2\Delta R/2R^2$.

Куда в пространстве пошла эта энергия? Внутри сферы ускорения равны нулю и остаются равными нулю, когда сфера становится больше. Какой бы ни была здесь энергия вначале, она не изменилась. Вне новой сферы на радиусе $r > R + \Delta R$, ускорение было $-GM/r^2$ и также не изменилось. Единственное место, где оно изменилось, есть сферический слой $R < r < R + \Delta R$ с объемом $\Delta V = 4\pi R^2\Delta R$. Если потеря кинетической энергии пришла сюда, то это изменило гравитационную плотность энергии на величину $\Delta E/\Delta V = GM^2/8\pi R^4$. Когда сфера увеличилась, этот слой оказался внутри нее, и гравитационное ускорение стало равным нулю в этом месте, то есть гравитационная плотность энергии также обратилась в нуль. Следовательно, раньше она была равна $W = -GM^2/8\pi R^4$. В случае $v < 0$ частицы пыли получают кинетическую энергию и при этом появляется новый слой гравитационного поля, который отдает энергию, изменяя плотность своей энергии от нуля вначале до $-GM^2/8\pi R^4$. В обоих случаях плотность гравитационной энергии одна и та же и является отрицательной. •

Если повторить аналогичные рассуждения со сферой, изготовленной из электрически заряженных пылинок, то мы получим правильный ответ, что плотность энергии электростатического поля всегда положительна и равна $Q^2/8\pi R^4$ при любом знаке зарядов на сфере.

Ясно, что отрицательный знак плотности гравитационной энергии не может быть изменен условием нормировки. Если энергия, поглощенная гравитационным полем, идет в то место, где гравитационное ускорение изменилось, то отрицательный знак плотности гравитационной энергии неизбежен.

Следовательно, плотность гравитационной энергии в нерелятивистском случае может быть определена, но, вопреки физической интуиции, является отрицательной.

Интеграл от нее по всему пространству тоже отрицателен, так что нормировка полной гравитационной энергии для двух удаленных тел, которая казалась произвольной и могла бы быть положительной, после принятой связи ускорений с плотностью энергии становится полностью определенной и отрицательной.

Почему это может быть плохо? Если ньютоновская теория есть приближение, и гравитационное поле есть разновидность материи со своими собственными степенями свободы, которые могут каким-либо образом возбуждаться, то эти возбуждения не будут требовать затрат энергии от внешнего источника, но даже будут излучать энергию, увеличивая свою амплитуду. К чему это может привести, показывает приводимый ниже пример частиц с отрицательной массой, взаимодействующих с материей с положительной массой.

1.2. Рассуждение о частицах с отрицательной массой. Рассмотрим лобовое столкновение частицы ν , имеющей отрицательную массу $\nu < 0$ и отрицательную энергию $p_0 = \nu\sqrt{1 + \mathbf{h}^2}$, с обычной частицей m , имеющей положительную массу $m > 0$ и положительную энергию $g_0 = m\sqrt{1 + \mathbf{g}^2}$. Закон сохранения энергии-импульса

$$p + g = p' + g'$$

в случае рассеяния назад дает

$$p'_0 = \frac{p_0(P_0^2 + P^2) - 2\mathbf{p} \cdot \mathbf{P}P_0}{M^2}, \quad (1)$$

$$\mathbf{p}' = \frac{2\mathbf{P}p_0P_0 - \mathbf{p}(P_0^2 + P^2)}{M^2}, \quad (2)$$

где $\mathbf{p} = \nu\mathbf{h}$, $P = p + g$ полный 4-импульс, и $M^2 = P_0^2 - \mathbf{P}^2$. Аналогичные выражения справедливы для g' . Перенос энергии возможен только в случае, если $M^2 > 0$ (иначе условие $g_0 > 0$ будет нарушено), так что на больших $|p_0| \approx m$ взаимодействие прекращается.

Допустим, что частица m изначально покоится, и скорость $\mathbf{v} = \mathbf{h}/\sqrt{1 + \mathbf{h}^2}$ нерелятивистская. Тогда

$$|\mathbf{p}'| = |\mathbf{p}| \frac{m - \nu}{|m + \nu|} > |\mathbf{p}|,$$

и каждое лобовое столкновение увеличивает скорость и абсолютное значение энергии частицы ν . Рассеяние на конечные углы дает то же самое. В среднем, два рассеяния на конечный угол грубо эквивалентны одному обратному рассеянию. Таким образом, изначально медленная частица ν с отрицательной массой после нескольких десятков столкновений с обычными частицами, находящимися в состоянии покоя, достигает релятивистской скорости и обычная материя получает (положительную) энергию порядка mc^2 , точное значение которой зависит от скорости перед последним рассеянием, после чего взаимодействие становится кинематически запрещенным.

Если газ частиц отрицательных масс взаимодействует с газом частиц положительных масс, то они нагревают друг друга. Так как распределения скоростей в двух газах всегда частично перекрываются, то будут всегда существовать пары частиц для которых $M^2 > 0$, так что процесс взаимного нагревания никогда не остановится, и температура будут расти со временем до бесконечности (сначала экспоненциально, а затем медленнее, в зависимости от деталей релятивистского распределения скоростей).•

Конкретная величина массы ν не имеет значения в этом рассмотрении. Если эта масса очень мала или даже «отрицательный нуль», результат будет тем же.

Волновой пакет с точки зрения кинематики не отличается от частицы с нулевой массой покоя. Если он имеет отрицательную энергию и отражается от зеркала с массой m , выражения (1) и (2) остаются справедливыми. Таким образом после ряда отражений от зеркал, эти зеркала (вместе) получают энергию порядка mc^2 , после чего зеркала становятся прозрачными для волновых пакетов. В случае хаотических

волн с отрицательной энергией и «газа» из многих зеркал, кинетическая энергия зеркал будет бесконечно возрастать.

Таким образом, в общем случае взаимодействие вещества отрицательной энергии (частиц или волн) с веществом положительной энергии приведет к бесконечному катастрофическому нагреву. Поскольку в ближайшей окрестности от нас ничего подобного не случается, наше пространство должно быть свободно от наблюдаемого вещества с отрицательной энергией. В частности, оно должно быть свободно от каких-либо наблюдаемых внутренних гравитационных степеней свободы с отрицательной энергией.

Если такие степени свободы не поддаются возбуждению, то отрицательный знак плотности гравитационной энергии сам по себе не производит наблюдаемых нерелятивистских эффектов.

Действительно, кусок гравитационного поля не может быть положен в ящик и перевезен в лабораторию для измерения его плотности, так что знак плотности энергии не может быть проверен непосредственно. Когда конфигурация планет изменяется, распределение гравитационной энергии также изменяется, так что некоторые потоки этой энергии текут в пространстве. Можно их теоретически вычислить. Но мы не знаем поглотителей, способных перехватить, затенить или отразить эти потоки. Не существует детекторов, чувствительных к этим потокам. Так что они являются воображаемыми объектами, которые также трудно наблюдаемы, как и души умерших людей, и отрицательный знак плотности их энергии мало о чем говорит, за исключением, возможно, того, что это является аргументом против введения понятия гравитационного поля в нерелятивистскую физику.

2. Релятивистская физика

В релятивистской физике поля являются более реальными объектами, они проявляют собственные степени свободы, могут быть возбуждены и могут быть излучены в форме волн или частиц. Поэтому проблемы существования гравитационного поля и знака плотности его энергии становятся более острыми, а также более сложными, по четырем соображениям.

1. Вследствие пространственно-временного перемешивания при Лоренцевых вращениях, энергия становится временной компонентой 4-вектора энергии-импульса, или, в более общем случае непрерывной среды или поля, компонентой тензора энергии-натяжений. (Так что отрицательная энергия означает отрицательную инертную массу).

2. Силы гравитации в довольно широком диапазоне скоростей и плотностей вполне эквивалентны эффектам искривленного пространства-времени. Но в искривленном пространстве нет трансляционной инвариантности, которая служит источником закона сохранения энергии-импульса в плоском пространстве Минковского, а, следовательно, нет закона сохранения энергии-импульса для конечных областей.

3. В малых пространственно-временных областях, где пространство почти плоское, энергия-импульс почти сохраняется, и, следовательно, сохраняющаяся плотность тензора энергии-натяжений вещества может быть определена. Однако интегральная величина — тензор энергии-натяжений вещества в области конечных размеров — не может быть определена в искривленном пространстве, так как интегрирование векторов и тензоров предполагает их перенос в одну точку, а перенос в кривом пространстве вращает векторы и тензоры, так что результат становится зависящим от выбора путей переноса.

4. Изменение сил гравитации вследствие изменения распределения вещества не является однозначно определенным в релятивистском случае, так как пространство

само изменяется, и соответствие между точками различных пространств зависит от выбора системы координат и является произвольным.

Таким образом, если попытаться повторить в релятивистском случае нерелятивистские рассуждения с двумя пылевидными сферами, то придется сделать по меньшей мере два дополнительных предположения: как интегрировать тензор энергии-натяжений и как сопоставлять точки двух пространств, а именно, точки пространства, когда сфера имела радиус R и точки пространства, когда сфера имела радиус $R + \Delta R$. Эти предположения трудно сформулировать математически однозначным образом и трудно оправдать их.

2.1. Геометрические теории. В ОТО [1] (и в других теориях искривленного пространства без фоновой метрики или связности) предположений, подобных только что упомянутым, не делается, и вопрос о плотности гравитационной энергии остается открытым. В ОТО само понятие гравитационного поля излишне, поскольку ничего кроме тензора энергии-натяжений (обычной, т. е. негравитационной) материи и метрики (с ее производными) искривленного пространства не входит в уравнения движения. Любая конкретная физическая задача может быть сформулирована и решена без обращения к другим объектам, таким как гравитационное поле или его плотность энергии.

Тем не менее, надежда иметь определенное выражение для плотности энергии гравитационного поля никогда не покидала физиков, даже тех, кто был привержен ОТО, и было сделано много попыток предложить такое выражение. Наиболее известным результатом таких попыток является псевдотензор плотности энергии-импульса гравитационного поля. Его оправдание весьма туманно, и его величина зависит от выбора координатной системы. Теперь можно классифицировать этот псевдотензор как исторический курьез.

Тем не менее, желание иметь что-то (кроме плотности тензора энергии-натяжения вещества), сохраняющееся при гравитационном взаимодействии, имеет некоторое основание. Сохранение означает устойчивость, невозможность бесконечного самовозбуждения. Если, например, радиоволны индуцируют токи в антенне, то радиоволны становятся меньше по амплитуде, так что они не способны возбуждать бесконечно много антенн. Мы понимаем это как существование некоторого ограниченного ресурса (называемого энергией), который расходуется каждый раз при возбуждении чего-либо. Мы верим, что гравитационные волны ведут себя аналогично: когда возбуждается гравитационная антенна, они становятся слабее. Но почему, если не существует определенного ресурса, связанного с ними? А может быть наши ожидания неверны, и они становятся больше, как свет лазера в активной среде? Без конкретных вычислений ответы на эти вопросы получить нельзя, и эти ответы еще долго могут остаться неизвестными.

Дело в том, что прямое вычисление результата взаимодействия волна-вещество более трудоемко, чем об этом обычно думают. Плоские или цилиндрические волны не подходят для этой цели, так как взаимодействие с конечным количеством вещества не может изменить их амплитуду, а бесконечное количество вещества изменяет само пространство слишком сильно. Простейшие подходящие волны — это квадрупольные волны. Рассмотрим их поближе.

Для аксиально симметричной квадрупольной волны с малой амплитудой o , всегда возможно выбрать сферическую систему координат t, r, ϑ, ϕ таким образом, чтобы главный член g^{quad} метрики $g = g^{\text{quad}} + O(o^2)$ был бы диагонален. В отсутствие вещества мы можем записать его в виде:

$$g_{\mu\nu}^{\text{quad}} = \text{diag}\{- (1 + od), 1 + oa, r^2 (1 + oc), r^2 \sin^2 \vartheta (1 + of)\},$$

где, согласно теории представлений групп, ϑ -зависимость функций a , d , c , f имеет вид

$$\begin{aligned} a &= (\sin^2 \vartheta - 2/3) \alpha(r, t), \\ d &= (\sin^2 \vartheta - 2/3) \beta(r, t), \\ c &= (\sin^2 \vartheta - 2/3) \gamma(r, t) + \sin^2 \vartheta \delta(r, t), \\ f &= (\sin^2 \vartheta - 2/3) \gamma(r, t) - \sin^2 \vartheta \delta(r, t). \end{aligned}$$

Уравнения Эйнштейна для $g_{\mu\nu}^{\text{quad}}$ являются линейными и могут быть решены точно. Общее точное решение, найденное автором, имеет вид:

$$\begin{aligned} \alpha &= -\frac{u''}{r} + 3\frac{u'}{r^2} - 3\frac{u}{r^3}, \\ \beta &= -\frac{u''}{r} + \frac{u'}{r^2} - 3\frac{u}{r^3} + 6r \int_r^\infty \frac{u}{r^5} dr, \\ \gamma &= -\frac{1}{r} \int_r^\infty \alpha dr = -\frac{u'}{r^2} + 2\frac{u}{r^3} - \frac{1}{r} \int_r^\infty \frac{u}{r^3} dr, \\ \delta &= \frac{\alpha + \gamma}{2} = \frac{1}{2} \left(-\frac{u''}{r} + 2\frac{u'}{r^2} - \frac{u}{r^3} - \frac{1}{r} \int_r^\infty \frac{u}{r^3} dr \right), \end{aligned}$$

где $u' = du/dr$ и

$$u = u(r, t) = f_1(r - t) + f_2(r + t)$$

есть сумма двух бегущих волн к центру и от центра. Функции f_1 , f_2 , определяющие форму волны, должны удовлетворять в центре условию

$$u(0, t) = f_1(-t) + f_2(t) = 0.$$

В остальном они произвольны. Справедливость приведенного выше решения может быть проверена прямой подстановкой в уравнения Эйнштейна.

Неожиданным свойством этого решения является наличие интегральных членов в функциях β , γ , δ . Техническим следствием этого является расходямость разложения по степеням $1/r$. Следовательно, наивные попытки использовать разложение по степеням $1/r$ в задаче о гравитационных волнах обречены на неудачу. Другое следствие более удивительно: благодаря интегральным членам волны метрики не могут быть локализованы как волновые пакеты и определены причинным образом. Эти эффекты не влияют, однако, на измеряемые величины, выраженные через кривизну, так как интегральные члены в ней сокращаются. Однако, если волна переносит «энергию», которая не выражается через тензор Римана, эта «энергия» может быть размазана по большой области и распространяться с нарушением причинности.

Следующим неожиданным свойством этого решения, которое проявляется после некоторых дальнейших вычислений, является существенность членов высших порядков. Элементы плотности тензора Римана $R_{\alpha\beta}{}^{\gamma\delta}$ и тензора Вейля $C_{\alpha\beta}{}^{\gamma\delta}$ не содержат интегральных членов и убывают как $1/r$. Можно было бы ожидать, что инварианты Вейля

$$\begin{aligned} W_2 &= C^{\alpha\beta\gamma\delta} C_{\alpha\beta\gamma\delta}, \\ W_3 &= C^{\alpha\beta\gamma\delta} C_{\alpha\beta}{}^{\mu\nu} C_{\mu\nu\gamma\delta}, \end{aligned}$$

которые квадратичны и кубичны по элементам тензоров, должны вести себя как r^{-2} и r^{-3} (два других инварианта Вейля, содержащих $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$, тождественно равны

нулю). Однако точные вычисления дают

$$\begin{aligned} W_2 &= o^2 r^{-6} [192 u''^2 + 192 \sin^2 \vartheta (-2u''^2 + 2u'''u')] \\ &\quad + 24 \sin^4 \vartheta (18u''^2 - 16u'''u' + u''''u)] + O(o^2 r^{-7}), \\ W_3 &= o^3 r^{-9} [-768u''^3 + 1152 \sin^2 \vartheta u''(2u''^2 - 2u'''u')] \\ &\quad + 288 \sin^4 \vartheta (-18u''^3 + 20u''u'''u + u''u''''u - 2u''^2u - 3u''''u^2) \\ &\quad + 144 \sin^6 \vartheta (18u''^3 - 24u''u'''u' - 3u''u''''u + 4u''^2u + 6u''''u^2)] + O(o^3 r^{-10}). \end{aligned}$$

Уменьшение W_2 и W_3 как r^{-6} и r^{-9} означает, что происходит существенная взаимная компенсация членов низких порядков.

Следовательно, асимптотическое приближение, основанное на разложении по степеням $1/r$ и учитывающее только первые члены, ненадежно. Оно склонно давать ошибочные результаты. Для того, чтобы надежно знать, как взаимодействие с веществом изменяет волну, необходимо решить уравнение движения с использованием полного выражения для метрики, приведенного выше. В случае движущейся материи это трудно и еще не сделано.

Но что могло бы быть результатом таких вычислений? В простейшем случае, когда рассеяние волн веществом не изменяет их квадрупольной структуры, будет выяснено, как данная функция u преобразуется в процессе рассеяния в новую функцию \tilde{u} . Как сравнивать их «амплитуды»? И даже если частное решение с некоторым частным определением «амплитуды» покажет уменьшение этой «амплитуды» волны, остается вопрос, будет ли это общим правилом. Без некоторой адекватной сохраняющейся величины будет трудно доказать такое правило. Таким образом, некоторая сохраняющаяся величина, гарантирующая устойчивость, представляется крайне желательной, однако такой величины, по-видимому, нет в ОТО.

Кстати, современное описание гравитационного взаимодействия с помощью искривленного пространства-времени находится в противоречии с основными понятиями квантовой механики. Так что ОТО, возможно, является хорошей феноменологической аппроксимацией некоторой негеометрической теории и имеет смысл посмотреть, как задача о плотности энергии гравитационного поля стоит в таких теориях.

2.2. Теории в плоском пространстве. Примерами таких негеометрических теорий являются теории в плоском пространстве. Они могут полностью исключать понятие искривленного пространства Римана, но могут и использовать пространство Римана как некое эффективное пространство. В старом варианте РТГ [2] с нулевой массой гравитона¹ как пространство Римана, так и уравнение движения используются в немодифицированном виде, однако искривленное пространство отображается определенным образом на пространство Минковского. Вывод сохраняющихся величин, включая плотность энергии гравитационного поля, и интегрирование тензоров производятся в плоском пространстве. Все должно быть однозначно, если отображение на пространство Минковского определено однозначно. В статическом случае это отображение однозначно, и плотность энергии статического гравитационного поля является хорошо определенной величиной. Вычисления тензора энергии-натяжений в сферическом случае [3] в асимптотической области малых $\beta = GM/R$ (здесь $c = 1$) дает для трех ненулевых элементов

$$\tau^{tt} = -\sin \vartheta \frac{7\beta^2 + 24\beta^3 + \dots}{8\pi G},$$

¹В новом варианте РТГ [5] наличие гравитонов с ненулевой массой считается обязательным. Свойства решений уравнений с массивным гравитоном еще недостаточно исследованы и мы не будем обсуждать их в данной статье.

$$\begin{aligned}\tau^{rr} &= \sin \vartheta \frac{\beta^2 + \dots}{8\pi G}, \\ \tau^{\vartheta\vartheta} &= -\sin \vartheta \frac{\beta^2 + \dots}{8\pi G}.\end{aligned}$$

Интегрирование по углу (с элементом поверхности $d\phi d\vartheta$) убирает $\sin \vartheta$ и 4π и дает для радиальной плотности энергии результат

$$w = -\frac{7\beta^2 + 24\beta^3 + \dots}{2G}.$$

Таким образом, плотность в декартовых координатах есть

$$W = -\frac{7GM^2 + 24G^2M^3 + \dots}{8\pi R^4}.$$

Она, как и в нерелятивистском случае, отрицательна, но более чем в 7 раз больше нерелятивистского значения.

Это означает, что в случае двух сфер с мало отличающимися радиусами, изменение кинетической энергии пылинок и энергии гравитационного поля в сферическом слое между сферами не уравниваются друг друга и используется некоторый дополнительный источник энергии, упущенный из вида в нерелятивистском рассмотрении. Этот источник расположен внутри пылевого слоя. Так как этот слой может быть сделан произвольно тонким, то источником являются сами частицы, то есть полные массы частиц, включая массу гравитационного поля внутри них. Эти массы становятся больше, когда сфера сжимается, так что сумма полной массы пыли и поля сохраняется.

В РТГ (также как и в нерелятивистских вычислениях) статическое квадрупольное возмущение после интегрирования по углам, которое уничтожает интерференционные члены, делает энергию гравитационного еще более отрицательной [4]. Если волны являются движущимися возмущениями поля, то их энергия должна быть также отрицательной, и их рассеяние на обычном веществе должно усиливать их энергию-импульс. После многих рассеяний они должны были бы вырасти бесконечно. Этот неприятный результат кажется неизбежным в рамках РТГ безмассовым гравитоном.

И все же РТГ его избегает. Дело в том, что в нестатическом случае в РТГ тензор энергии-натяжений не может быть выражен однозначно через измеримые величины. Технически проблема заключается в неоднозначности соответствия между пространствами Римана и Минковского: уравнения, определяющие отображение, в нестатическом случае имеют гиперболический тип и граничные условия на бесконечности не фиксируют решение однозначно. Это не является важным для ответа на координатно-независимые вопросы, но тензор плотности гравитационной энергии-натяжений зависит от выбора отображения.

Итак, снова знак плотности энергии в общем случае оказывается чем-то неуловимым, избегающим однозначного вычисления и наблюдения. Это и не удивительно, поскольку РТГ слишком близка к ОТО: уравнения Эйнштейна справедливы в РТГ с безмассовым гравитоном. Определенная и положительная плотность поля может быть получена, только если уравнения движения значительно отличаются от эйнштейновских.

Заключение

ОТО ничего не говорит о плотности энергии гравитационного поля и вопрос о том, теряют ли гравитационные волны что-нибудь, когда они возбуждают гравитационные антенны, является трудно формулируемым и проверяемым с помощью

вычислений в этой теории. Рассмотрение статического случая, как в нерелятивистском подходе, так и в РТГ с безмассовым гравитоном, дает отрицательный знак для плотности энергии гравитационного поля и его возмущений, однако этот результат не может быть распространен на нестатический случай. В общем случае не удается получить определенного результата. Как бы то ни было, отрицательный знак в нестатическом случае был бы физически неприемлемым, приводящим к неустойчивостям.

Вычисления, проведенные в рамках РТГ, дают намек для будущей теории, как можно получить положительную плотность энергии гравитационного поля: необходимо сделать массы покоя частиц изменяющимися в гравитационном поле. Если массы покоя частиц будут уменьшаться в результате гравитационного притяжения, и это уменьшение будет больше, чем рост их кинетической энергии, то гравитационное поле будет получать энергию от частиц, и его энергия будет положительной. Тогда не будет проблем с самоусилением гравитационных волн, и, возможно, не будет коллапса. Проблема в том, как сделать это в хорошем и логически согласованном стиле и с полным уважением к предсказаниям ОТО в той области, где они справедливы с достаточной точностью.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Weinberg S.* Gravitation and Cosmology. Wiley, 1972.
2. *Логунов А.А., Мествиришвили М.А.* Релятивистская теория гравитации. М., Наука, 1989.
3. *Соколов С.Н.* Тензор энергии-импульса гравитационного поля материальных сфер. ТМФ, 1990, Т. 85, № 2, С. 313–320.
4. *Sokolov S.N.* Energy Contribution of the Quadrupole Perturbation of Central Gravitational Field. Preprint ИИЕР, ОТР 90–53, 1990, Protvino.
5. *Логунов А.А.* Основные уравнения для массивного гравитационного поля. Препринт ИФВЭ 92–97. Протвино, 1992.