ГРАВИТАЦИЯ Том 2 Выпуск 2 1996
Журнал по дискуссионным проблемам гравитационной физики .... *стр. 21–29*

КЛАССИЧЕСКИЕ РАБОТЫ ПО ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

ПЛОСКОЕ ПРОСТРАНСТВО–ВРЕМЯ И ГРАВИТАЦИЯ

Дж.Д. Биркгоф*

Если допустить, что физические события происходят в 4-мерном пространственно-временном континууме (от чего отказывается современная квантово-механическая теория), то его можно рассматривать в трех представляющих интерес вариантах: классическое пространство и время, плоское или «электромагнитное» пространство-время и искривленное пространство-время. Описывающие их математические объекты являются, соответственно, 3-векторами, 4-векторами и 4-тензорами.

В определенном смысле, плоское пространство-время, характерное для так называемой специальной теории относительности, является таким же абсолютным, как и классические пространство и время, поскольку в обоих случаях координаты t, x, y, z требуют точно 10 прозвольных констант для своего полного описания. Но в рамках плоского пространства-времени фундаментальные электродинамические уравнения Максвелла и Лоренца теряют свою искусственность, которой они обладали в классическом пространстве и времени.

Первоначальные попытки ввести гравитационные явления в плоское пространство-время не были успешными. Эйнштейн обратился к искривленному пространству-времени ввиду предложенного им принципа эквивалентности и, таким образом, построил свою общую теорию относительности. Уже первые следствия, основанные на этой знаменитой теории, были блестяще подтверждены экспериментально. Однако теория не привела к каким-либо дальнейшим приложениям и из-за ее сложного математического аппарата оказалась малопригодной. Искривленное пространство-время рассматривается многими больше как вспомогательная конструкция (Лармор), чем физическая реальность.

По моему мнению, неудача ранних попыток Нордстрема и других разработать теорию гравитации в плоском пространстве-времени связана с тем, что было недооценено фундаментальное теоретическое требование равенства скорости распространения возмущений в веществе скорости света.

Имея в виду это требование, я недавно пришел к весьма простой теории гравитации в плоском пространстве-времени, согласующейся со всеми известными гравитационными экпериментами и свободную от произвольных констант. Эта теория

---

*Отделение математики, Гарвардский университет. Перевод с оригинала: Birkhoff G.D., «Flat space-time and gravitation», 1944, Proc. Nat. Acad. Sci., **v. 30**, No. 10, p. 324–334. October 1944, Поступила 7 сентября 1944.

была впервые представлена в краткой форме в 1942 г. Тонанзинтлом из Мексики и развита далее в в статьях, опубликованных в настоящих Трудах [1]. Следует обратить внимание на статью Барахаса [2], последовавшую после обзора Вейля, и статью А.Барахаса, С.Грейфа, М.Сандовала Валларты и мою, развивающую новую теорию с физической точки зрения [3]. Вскоре Грейфом было опубликовано важное приложение теории для проблемы двух тел [4].

К сожалению, до сих пор основания теории не были достаточно полно представлены в их философском, аксиоматическом и математическом аспектах. Мой коллега профессор Барахас и я планируем опубликовать развернутую статью, устраняющую этот недостаток.

Цель настоящей работы — кратко рассмотреть эти основные положения теории так, как я их себе представляю. Это особенно важно для того, чтобы избежать дальнейших недоразумений. Например, Вейль недавно так высказался относительно моей теории: «Их (т. е. уравнений поля) наиболее общее статическое сферически-симметричное решение содержит 3 произвольные константы $a, b, l \ldots$. С современной точки зрения это является серьезным недостатком В». Это утверждение не верно, так как точное общее решение для гравитационных потенциалов h_{ij} есть

$$h_{ij} = \delta_{ij}\frac{m}{r},$$

где r обозначает радиус, δ_{ij} — символы Кронекера, а масса m является единственной произвольной константой. Это точное решение играет в моей теории роль, аналогичную решению Шварцшильда в теории Эйнштейна. Вейль не заметил того замечательного факта, что центральное тело состоит из «идеальной жидкости».

Предложенная теория гравитации в плоском пространстве-времени может быть охарактеризована следующими фундаментальными положениями:

1. В рамках 4-мерного пространства-времени вещество рассматривается в виде мировых трубок, сформированных из мировых линий идентифицированных точек. Точечные частицы забыты раз и навсегда, рассматриваемые только как предельный случай. Таким образом, в моей теории существует двойственность вещества и пространства, тогда как в теории Эйнштейна превалирует монистическое понятие пространства-времени, обусловленного веществом. Какая бы точка зрения ни была представлена в окончательном варианте теории, здравый смысл указывает на необходимость иссследованияя обеих моделей.

Простейшее представление вещества в плоском пространстве-времени характеризуется пространственно-подобным 4-вектором потока v^i с

$$\rho^2 = (v^1)^2 - (v^2)^2 - (v^3)^2 - (v^4)^2 > 0 \ ,$$

где ρ — скалярная длина 4-вектора v^i. Иначе, вещество описывается плотностью ρ и 4-вектором скорости u^i, где $v^i = \rho u^i$ и

$$(u^1)^2 - (u^2)^2 - (u^3)^2 - (u^4)^2 = 1 \ .$$

Принцип локальной причинности, справедливый для изолированной части такого вещества, содержится в дифференциальных уравнениях:

$$\frac{\partial v^i}{\partial t} = F^i\left(v^1, ..., v^4, \frac{\partial v^1}{\partial x}, ..., \frac{\partial v^4}{\partial z}\right),$$

где $t = x^1$, $x = x^2$, $y = x^3$, $z = x^4$, и F рациональная, интегрируемая функция. Эти четыре дифференциальные уравнения связывают скорости изменения компонент вектора потока с локальными значениями этих компонент и их пространственных производных.

Требования, вытекающие из свойств 4-векторов и группы Лоренца, определяют единственно возможную форму этих уравнений в мгновенно покоящейся системе отсчета ($v^1 = \rho$, $v^2 = v^3 = v^4 = 0$):

$$\frac{\partial v^1}{\partial t} = F(\rho)\left(\frac{\partial v^2}{\partial x} + \frac{\partial v^3}{\partial y} + \frac{\partial v^4}{\partial z}\right),$$
$$\frac{\partial v^i}{\partial t} = G(\rho)\,\frac{\partial v^1}{\partial x^i} \quad (i = 2, 3, 4).$$

Эти уравнения содержат две произвольные функции $F(\rho)$ и $G(\rho)$.

При соответствующей нормировке скаляра ρ (т. е. при изменении масштаба 4-вектора v^i) эти уравнения могут быть записаны в обычной форме

$$\frac{\partial T^{i\alpha}}{\partial x^\alpha} = 0 \quad (T^{ij} = v^i v^j - p(\rho) g^{ij})),$$

где $g^{11} = -g^{22} = -g^{33} = -g^{44} = 1$, $g^{ij} = 0$ для $i \neq j$. Здесь остается только одна произвольная функция $p(\rho)$. Нормализованная плотность ρ определена с точностью до единиц, а скаляр $p(\rho)$ — с точностью до аддитивной константы.

2. Предполагается, что для определенной равновесной плотности $\rho_0 > 0$ возможно свободное равновесие, т. е., что состояние $v^i = v^i_0$ является возможным, только при условии:

$$(v^1_0)^2 - (v^2_0)^2 - (v^3_0)^2 - (v^4_0)^2 = \rho_0^2.$$

По аналогии с уравнениями для однородной адиабатической жидкости в классической физике, естественно предположить, что вдоль свободной границы всегда $\rho = \rho_0$ и, более того, при столкновении ρ принимает одинаковые значения с обеих сторон общей границы до момента разделения при $\rho = \rho_0$.

На этом этапе, вне зависимости от наличия столкновений, поведение свободно движущейся «жидкости» полностью определено. Уравнения принимают более привычный вид, если явно ввести скорости u^i:

$$T^{ij} = \rho u^i u^j - p(\rho) g^{ij}.$$

Этот вид уравнений всегда использовался для описания однородной адиабатической жидкости в плоском пространстве-времени. Симметричный тензор T^{ij} называется тензором энергии; ρ — плотность, и $p(\rho)$ — давление.

3. Такая жидкость обладает свойством:

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left(e^{-\int dp/\rho} v^\alpha\right) = 0.$$

Это обеспечивает инвариантность 3-мерного интеграла

$$\int \rho e^{-\int dp/\rho} dv$$

по покоящемуся объему [6].

Имея в виду гидродинамическую аналогию, совершенно необходимо предположить, что эта дивергенция равна нулю при всех условиях. В противном случае, жидкость могла бы совершать циклические движения, возвращаясь к начальным скоростям, но не возвращаясь к начальным плотностям, как должно было бы наблюдаться в обычном веществе. Это требование означает, что всегда

$$v_\beta \frac{\partial T^{\beta\alpha}}{\partial x^\alpha} \equiv 0.$$

4. Существует, однако, фундаментальная теоретическая трудность в общей теории адиабатической жидкости. В самом деле, если два объема жидкости сталкиваются с противоположными скоростями, очень близкими к скорости света, равной 1 [7], то уравнения движения перестают выполняться, если скорость распространения возмущений в жидкости меньше скорости света. Поскольку физически не допустимо, чтобы эта скорость v (относительно покоящейся системы координат) превышала скорость света, то мы приходим к требованию, чтобы эта скорость, а именно,

$$v = \sqrt{dp(d\rho - dp)},$$

равнялась скорости света, так что для всех плотностей получаем $dp/d\rho = 1/2$. Интегрированием получаем единственное физически допустимое уравнение состояния $p = \rho/2$. Соответствующая ему адиабатическая жидкость называется *идеальной жидкостью.*

Что касается определенния T^{ij}, то мы могли бы в более общем виде $p =^1/_2\rho + c$ и, таким образом, получить дополнительный член вида $-cg^{ij}$ в T^{ij}. Однако эта модификация не влияет на уравнения движения. Позднее будет обоснован специальный выбор $c = 0$ в окончательном определеннии тензора энергии T^{ij}.

Для идеальной жидкости инвариант сводится к простой форме

$$\int \sqrt{\rho}\, dv \ ,$$

где dv — 3-мерный покоящийся объем.

Идеальную жидкость в плоском пространстве-времени можно рассматривать как аналог однородной адиабатической несжимаемой жидкости в классическом пространстве и времени, имеющей бесконечную скорость распространения возмущений. Физически идеальная жидкость является практически несжимаемой и, таким образом, обладает почти постоянной массой $\int \rho\, dv$.

Если идеальной жидкости сообщить электрический заряд плотности σ, то отношение $\sigma/\sqrt{\rho}$, называемое коэффициентом вещества (the substance coefficient), всегда остается постоянным вдоль любой мировой линии.

Далее мы будем рассматривать идеальную жидкость как единственную первичную форму материи.

5. Предположим теперь, что идеальная жидкость с тензором энергии

$$T^{ij} = v^i v^j - \frac{1}{2}(v_\alpha v^\alpha) g^{ij} \tag{1}$$

не свободна и подвергается воздействию массовых сил. Формально *определяем* вектор силы как

$$\frac{\partial T^{i\alpha}}{\partial x^\alpha} = f^i, \tag{2}$$

где в силу постоянства интеграла

$$\int \sqrt{\rho}\, dv \ , \tag{3}$$

имеем

$$f_\alpha v^\alpha \equiv 0 \ . \tag{4}$$

Таким образом, вектор силы тождественно ортогонален вектору скорости. Напомним, что вектор ускорения a^i вдоль любой мировой линии обладает тем же свойством.

Из тождества (4) следует, что f^i не может быть независимым от вектора v^i. Для электрически заряженного вещества f^i, как известно, линейно однороден по 4-вектору v^i и тождественно ортогонален ему. Для гравитационных сил простейшей гипотезой является предположение, что в чисто гравитационном поле f^i однородны и квадратичны по v^i и пропорциональны ρ. Следовательно, в этом случае мы записываем

$$f^i = \rho\varphi^i_{\alpha\beta}v^\alpha v^\beta, \tag{5}$$

где компоненты тензора $\varphi^i_{jk} = \varphi^i_{kj}$ являются функциями t, x, y, z, определенными во всем пространстве-времени. Не вдаваясь в детали, подчеркнем, что это предположение о форме зависимости f^i от вектора v^i является наиболее естественным и обоснованным с точки зрения обратимости гравитационных явлений во времени.

6. На этом этапе развития рассматриваемой теории, в полном соответствии с традициями прошлого, мы, для начала, предположим, что негравитационные силы, такие как, например, электромагнитные силы, можно не рассматривать при исследовании проблем гравитации. Справедливость этой гипотезы обоснована в более законченном виде теории в статье [1], на которую мы уже ссылались.

В случае покоящейся системы координат x, y, z компоненты гравитационных сил даются в виде:

$$f_x = \rho\varphi^2_{11}, \quad f_y = \rho\varphi^3_{11}, \quad f_z = \rho\varphi^4_{11}, \tag{5$'$}$$

и, конечно, $f_t = 0$.

В соответствующем ньютоновском случае компоненты силы расписываются как:

$$f_x = \rho\frac{\partial g}{\partial x}, \quad f_y = \rho\frac{\partial g}{\partial y}, \quad f_z = \rho\frac{\partial g}{\partial z},$$

где g — ньютоновский потенциал, определяемый уравнением Пуассона

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = -4\pi\rho, \quad \text{или 0 в пустом пространстве,}$$

вместе с требованием, чтобы g был ограниченным (или обращался в 0) на бесконечности.

По формальной аналогии потребуем, чтобы φ^i_{jk} являлись линейными и однородными функциями от первых производных гравитационного потенциала, определяемого соответствующим уравнением Пуассона.

В самом простом случае можно ввести скалярный гравитационный потенциал h, определяемый из

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 8\pi T, \quad \text{или 0 в пустом пространстве,}$$

где мы положили:

$$T = g_{\alpha\beta}T^{\alpha\beta} = \rho/2$$

— для свертки тензора энергии. Однако при таком представлении f^i не может удовлетворить необходимому условию ортогональности (4).

Альтернативные и в равной мере простые гипотезы приводят к аналогу уравнения Пуассона

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right] h_{ij} = 8\pi T_{ij}, \quad \text{или 0 в пустом пространстве,} \tag{6}$$

с дополнительным условием, чтобы h_{ij} были ограниченными (или нулевыми) на бесконечности. Гравитационный потенциал h_{ij}, вводимый таким образом, является симметричным тензором второго ранга. Численный коэффициент 8π в правой части не ограничивает общности.

Теперь легко увидеть, что условие ортогональности приводит к следующему, единственно определенному, виду гравитационной силы f^i:

$$f^i = \left(\frac{\partial h_{i\alpha}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial h_{\alpha\beta}}{\partial x^i}\right) v^\alpha v^\beta. \tag{7}$$

Теперь теория полностью сформулирована, но, правда, в ограниченной форме, так как в нее входят только гравитационные силы. Это ограничение может быть снято включением в нее электромагнитных и атомных сил (см. [1] и ниже раздел 11). В этой рассматриваемой сейчас ограниченной, но важной форме, при использовании обычной записи тензоров с верхними и нижними индексами, теория представляется парой уравнений:

$$\frac{\partial T^{i\alpha}}{\partial x^\alpha} = g^{i\gamma}\left(\frac{\partial h_{\gamma\alpha}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial h_{\alpha\beta}}{\partial x^\gamma}\right) v^\alpha v^\beta, \tag{8}$$

$$g^{\alpha\beta}\frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} = 8\pi T_{ij}, \quad \text{или } 0 \text{ в пустом пространстве,}$$

где T^{ij} задается уравнением (1).

На этом этапе становится понятно, почему естественно взять неопределенную постоянную c в T^{ij} равной нулю. В противном случае мы должны были получить

$$T^{ij} = v^i v^j - \frac{1}{2}(v_\alpha v^\alpha) g^{ij} - c g^{ij} = \rho(u^i u^j - \frac{1}{2} g^{ij}) - c g^{ij},$$

и тогда вместо уравнения Пуассона для предельного случая ($\rho = 0$) внутри жидкости мы получили бы уравнение,

$$g^{\alpha\beta}\,\frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} = -8\pi c g_{ij},$$

которое является верным, только если c равно нулю.

Из таким образом полученной теории следует, что изолированные тела имеют статическое центрально-симметричное распределение, и что группа сферических тел движется с очень большой степенью точности согласно ньютоновской теории гравитации, относительно соответствующей покоящейся системы координат.

7. Давайте теперь обратимся к случаю статического сферически-симетричного распределения идеальной жидкости. Нетрудно определить радиальное распределение ρ, но для наших настоящих целей достаточно заметить, что мы имеем точно (r — радиус):

$$T^{ij} = \frac{1}{2}\rho(r)\delta_{ij},$$

тогда наше обобщенное уравнение Пуассона принимает вид:

$$\frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial z^2} = -4\pi\rho\delta_{ij}, \quad \text{или } 0 \text{ в пустом пространстве.}$$

Здесь граница (сферического) рапределения находится на некотором расстоянии r_0, где $\rho(r_0) = \rho_0$. Таким образом, мы находим *точное* решение для центрально-симметричного случая

$$h_{ij} = \frac{m}{r}\delta_{ij}$$

в пустом пространстве ($r > r_0$), содержащее массу жидкости m как единственную произвольную постоянную.

Мы получили гравитационный потенциал вокруг статического сферически-симметричного тела подобного Солнцу. Влиянием теплового движения атомов на величину потенцала можно пренебречь.

8. Теперь рассмотрим сравнительно малый обьем жидкости сферической формы, образующий, в пределе, нечто вроде идеальной частицы нулевой массы. Сначала мы предположим, что повсюду $\rho = \rho_0$, так что мы можем написать

$$\frac{\partial T^{i\alpha}}{\partial x^\alpha} = \rho_0 \frac{\partial u^i u^\alpha}{\partial x^\alpha} = \rho_0 u^\alpha \frac{\partial u^i}{\partial x^\alpha}$$

с высокой степенью точности, поскольку уравнение (4) приводит с той же точностью к уравнению

$$\frac{\partial u^\alpha}{\partial x^\alpha} = 0.$$

Вдоль мировой линии идеальной частицы мы имеем:

$$u^\alpha \frac{\partial u^i}{\partial x^\alpha} = \frac{\partial u^i}{\partial s} = \frac{\partial^2 x^i}{\partial s^2} \qquad (ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2),$$

так что можем записать:

$$\frac{\partial T^{2\alpha}}{\partial x^\alpha} = \rho_0 \frac{d^2 x}{ds^2}, \qquad \frac{\partial T^{3\alpha}}{\partial x^\alpha} = \rho_0 \frac{d^2 y}{ds^2}, \qquad \frac{\partial T^{4\alpha}}{\partial x^\alpha} = \rho_0 \frac{d^2 z}{ds^2}.$$

Таким образом, получены дифференциальные уравнения для сравнительно малого тела, которое движется в поле большего центрального тела. Они приводят в точности к тому же результату для смещения перигелия планет и для искривления лучей света в поле Солнца, как и в теории Эйнштейна.

Далее, если мы предполагаем, что формула Планка

$$E = h\nu$$

определяет частоту излучения ν, то получается результат Эйштейна для красного смещения света, распространяющегося от Солнца к Земле. Поскольку точный механизм излучения неизвестен, то кажется более правильным применить эту основную формулу, нежели давать объяснение, игнорирующее перенос света фотонами, предложенное в теории Эйнштейна.

9. Реальный тест новой теории в других направлениях, состоит в рассмотрении проблемы двух и более тел.

Как первое приближение к этой проблеме естественно рассмотреть предельный случай n «идеальных частиц» с массами $m_1, m_2, \ldots, m_n$, соответственно, получающийся, если мы примем равновесную плотность ρ_0 очень большой. Ясно, что в окрестностях каждой частицы P_l с массой m_l соответствующий гравитационный потенциал должен иметь определяющую часть

$$\frac{m_l}{r}\,\delta_{ij}$$

в мгновенно покоящейся системе координат.

Грейф показал [3, 4], что такие вычисления могут быть эффективно выполнены в случае двух тел с массами m_1 и m_2. Его метод, предположительно, может быть расширен на случай более чем двух тел. Кроме того, появляется возможность исследовать подобным образом все поправки к теории Ньютона, которые находятся в пределах ошибок наблюдений.

10. Для того, чтобы обобщить теорию добавлением космологических членов, мы запишем уравнение Пуассона в виде:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right] h_{ij} = 8\pi T_{ij} + K g_{ij},$$

где K — малая космологическая константа. Это в действительности означает, что мы допускаем форму тензора T^{ij}, содержащую член $-ac^{ij}$, указанный выше, с $c = -K/8\pi$ — малой, но не нулевой величиной.

Условия на бесконечности тогда следует прояснить: h_{ij} становятся регулярными бесконечными величинами второго порядка на бесконечности. В таком случае мы приходим к выводу, что для единственно определенного начала отсчета пространства-времени мы имеем

$$h_{ij} = h^*_{ij} + \frac{K}{8}\,(t^2 - x^2 - y^2 - z^2)\, g_{ij},$$

где h^*_{ij} удовлетворяют предыдущей описанной форме уравнений Пуассона и граничным условиям. В этом случае получается расширение Вселенной относительно начала координат $t = x = y = z = 0$ в рассматриваемом плоском пространстве-времени.

11. В общем случае, существует электромагнитный 4-потенциал φ_i, удовлетворяющий уравнениям Максвелла, и атомный потенциал ψ, постоянный вдоль мировой линии. Это приводит к полной теории с (ковариантными) компонентами силы:

$$f_i = \rho\frac{\partial\psi}{\partial x^i} + \sigma\left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial\varphi_\alpha}{\partial x^i}\right) u^\alpha + \rho\left(\frac{\partial h_{i\alpha}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial h_{\alpha\beta}}{\partial x^i}\right) u^\alpha u^\beta, \tag{9}$$

где члены, соответствующие атомным, электромагнитным и гравитационным силам, являются однородными функциями, соответственно, 0-й, 1-й и 2-й степени компонент вектора скорости и линейными однородными функциями первых частных производных соответствуюших потенциалов ψ, φ^i и h^{ij}.

Требуется дальнейшее математическое исследование для того, чтобы определить работоспособность этой теории в области атомной физики. Ранее я отмечал [8] почему уравнение, подобное волновому уравнению Шредингера, может быть получено на основе атомного потенциала ψ. Однако, моя попытка базировалась на основе искривленного пространства-времени, и я не осознавал тогда, что потенциалы дожны быть безразмерными, так что я использовал $\partial\psi/\partial x^i$ вместо $\rho\partial\psi/\partial x^i$.

12. Профессора Барахас, Грейф, Сандовал Валларта и я и далее будем исследовать эти и другие физические проблемы в свете новой теории. Между тем, кажется ясно, что теория является многообещающей и заслуживает тщательного изучения, из-за ее поразительной простоты, полноты и математической последовательности. Кроме того, как видно из всего изложенного, теория является независимой от всех идей, связанных с искривленным пространством-временем, и от соответствующей теории Эйнштейна.

Несомненно, имея в виду значительные успехи теории Эйштейна, мы считаем, что стоит попытаться отобразить эту теорию в плоское пространство-время и получить вырожденную теорию, которая в некотором смысле есть только тень призрака. Однако Вейль [9] рассматривает возражения, сделанные Барайесом [2] относительно формы вырожденной теории, как веские и обоснованные.

Насколько я могу себе представить, эйнштейновский принцип эквивалентности («что инерция и гравитация есть одно и тоже», цитата из Вейля) лежит в основе математического принципа, означающего только то, что определенные уравнения в эйнштейновской теории линейны по плотности вещества, и этот факт является справедливым как с точки зрения теории гравитации, предложенной здесь, так и с точки зрения общей теории относительности.

Для меня при сравнении основополагающих точек зрения эйнштейновской теории и моей существует только один математический аспект: в его теории не существует лежащего в основе фона независимых переменных t, x, y, z, определенных во всем пространстве-времени так, как это имеет место в излагаемой теории, основанной на плоском пространстве-времени. Вопрос, на самом деле, состоит в том, является ли теория, основанная на таких специальных координатах, более простой и полезной для описания и предсказания физических фактов. Этот вопрос не решается априорными размышлениями. Главное, что требуется сейчас, это исследование этой новой теории и ее физических приложений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Birkhoff G.D.* «Matter, Electricity and Gravitation in Flat Space-Time», Proccedings, **29**, 231 (1943). Моя лекция «El Concepto de Tiempo y la Gravitacion» *Bolitin de la Sociedad Matematica Mexicana*, **1**, No. 4 (1944).
2. *Barajas A.* «Birkhoff's Theory of Gravitation and Einstein's for Weak Fields» Proceedings, **30**, 54 (1944).
3. *Barajas A., Birkhoff G.D., Graef C., Sandoval Vallarta M.* «On Birkhoff's New Theory of Gravitation», Physical Review, **66**, 138 (1944).
4. In *Bolitin de la Sociedad Matematica Mexicana*, **vol.1**, No. 5 (1944).
5. *Weyl H.* «Comparison of a Degenerate Form of Einstein's with Birkhoff's Theory of Gravitation», Proceedings, **30**, 205 (1944).
6. См., например, *Birkhoff G.D.* Relativity and Modern Physics, Chaps. VII and XI, Cambridge, 1923, 1927.
7. Скорость света равна 1, так как световая секунда рассматривается как единица расстояния.
8. Сравните два примечания в Proceedings, **30**, 160, 165 (1927).
9. В своих замечаниях Барахас более чем справедлив по отношению к «вырожденной теории», которая, строго говоря, является не более работоспособной, чем ранняя теория Нордстрема. См. Wyman M. Math.Rev. **5**, 218 (1944). Поскольку *все* релятивистские теории гравитации берут за прототип классическую ньютоновскую теорию, то формальное сходство между ними является неизбежно огромным. Этот факт подчеркнут, например, в моей статье «Ньютоновская и другие формы теории гравитации», Scientific Monthly, **58**, 49 и 136 (1944). Это рассматривается как источник формального сходства между эйнштейновской общей теорией относительности, основанной на искривленном пространстве-времени, и моей собственной теорией, базирующейся на плоском пространстве-времени, которого Вейль также касается.