ГРАВИТАЦИЯ Том 3 Выпуск 1 1997
Журнал по дискуссионным проблемам гравитационной физики .... *стр. 32–54*

ПРОБЛЕМНЫЕ ВОПРОСЫ СТО

К ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ОСНОВАНИЯМ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ[1]

К. В. Анисович

НПО "Спектрон", С.-Петербург, Россия

Содержание

Как известно, специальная теория относительности (СТО) базируется на двух постулатах: 1) принцип относительности; 2) постулат о независимости скорости света от выбора системы отсчета. Следствием указанных постулатов является требование лоренц-инвариантности законов. Проверка двух постулатов СТО должна обеспечивать в принципе и проверку лоренц-инвариантности законов. Отдельная проверка следствий лоренц-инвариантности считается важной, так как она указывает границы[2] и точность подтвержденности релятивистских соотношений, однако в принципиальном плане на первое место выдвигается проверка не следствий, а самих постулатов СТО [1–6].

В настоящее время имеется большое число экспериментов, проверяющих отдельные аспекты СТО. Однако, как будет показано ниже, полный набор опытов, проверяющих непосредственно постулаты СТО в традиционной форме, указать не удается. Попытка восполнить этот пробел наталкивается на значительные экспериментальные трудности, и реализация проверки постулатов СТО в традиционной форме вряд ли с настоящее время осуществима.

---

[1] Перепечатка с оригинала: "Эйнштейновский сборник — 1973", М., Наука, *1974*. С. 360–395.

[2] Под границей здесь подразумевается интервал значений $\beta = V/c$, для которых проверены релятивистские соотношения.

Такое положение кажется неудовлетворительным, потому что, несмотря на важность проверки отдельных следствий, подтверждение постулатов имеет большую ценность, так как последние обладают аксиоматической полнотой и из их подтверждения должно следовать, в общем, и подтверждение всего объема теории[3].

Для преодоления указанных затруднений в работе предлагается выбрать хорошо проверенные следствия СТО как постулаты, дополнив их до аксиоматичной полноты. В качестве таких следствий предлагается использовать требование лоренц-инвариантности законов в одной системе отсчета при преобразованиях пространства-времени.

Ниже будет показано, что одно из следствий лоренц-инвариантности, а именно лоренцево сокращение длин, экспериментально не проверено. Для проверки последнего предложен эксперимент типа опыта Майкельсона с движением интерферометра относительно поверхности Земли.

Второй момент в экспериментальном основании СТО, который мы также обсудим, связан с появившимися в последнее время предложениями по постановке опытов первого порядка [7–14] (опыты, ожидаемый эффект в которых пропорционален β в первой степени). Ожидалось, что с помощью этих опытов удастся проверить не только независимость средней скорости света на пути туда и обратно от скорости наблюдателя, как это имеет место в опыте Майкельсона, но и независимость скорости света в каждом из направлений.

Вопрос об опытах первого порядка тесно связан с вопросом одновременности пространственно-разобщенных событий. В галилеевом пространстве можно ввести процедуру синхронизации (например, по способу, предложенному А. Эйнштейном). Однако введение процедуры синхронизации при этом в большой степени произвольно и зависит от соглашения. В случае, когда скорость света на пути туда и обратно не зависит от скорости наблюдателя, независимость скорости света в каждом из направлений, так же как и способ синхронизации, будет зависеть от соглашения. Это обстоятельство дает основание утверждать об отсутствии в этих опытах принципиальных отличий от опытов второго порядка. В частности, будет показано, что опыты первого порядка могут служить лишь косвенной проверкой релятивистского эффекта замедления времени.

В разд. I рассматриваются недостатки традиционной формы проверки СТО, в разд. II предлагается новая форма проверки теории и рассматривается экспериментальный материал; разд. III посвящен обсуждению опытов первого порядка.

I. Постулаты СТО и форма их проверки

Первый постулат — принцип относительности — утверждает независимость законов от выбора инерциальной системы отсчета [15]. Каждая система отсчета при этом образована совокупностью приборов и эталонов, позволяющих с их помощью приписывать каждому событию четыре числа: x, y, z, t, а также измерять те величины, в терминах которых описываются явления (массы, заряды, напряженности полей и т.д.). Таким образом, первый постулат утверждает одинаковость математической формы законов, получаемых с помощью движущихся относительно друг друга разных приборных групп.

Второй постулат теории — постулат о независимости скорости света от выбора системы отсчета — дает явный вид преобразований — преобразований Лоренца, связывающих две движущиеся системы отсчета.

[3] Некритическое отношение к степени подтвержденности постулатов наносит ущерб и проверке отдельных следствий теории. Действительно, предложения по проверке отдельных следствий СТО, особенно если предложенные эксперименты технически сложны, наталкивается на непонимание, связанное с переоценкой степени подтвержденности постулатов.

Самым характерным обстоятельством в этой схеме построения постулатов СТО является требование, чтобы в разных системах отсчета описывались *одни и те же события*. Именно это обстоятельство дает возможность из данных двух постулатов получить как преобразования Лоренца, так и требование лоренц-инвариантности законов.

При практической проверке первого постулата может оказаться неудобным описывать *одни и те же* события (например, один и тот же волновой фронт) с помощью *разных* систем отсчета, как это требуется аксиоматикой теории. Удобней оказывается описать каждой системой отсчета свои, но аналогичные для разных систем отсчета процессы (опыты внутри каждой лаборатории с помощью приборных групп, неподвижных относительно своих лабораторий) .

Хотя, казалось бы, при этом и проверяется принцип относительности в более "физической" трактовке (невозможность опытами внутри лаборатории обнаружить ее поступательное движение), однако проверка эта не соответствует сформулированному выше принципу относительности.

Далее на нескольких примерах мы проиллюстрируем, что такая подмена эксперимента приведет к тому, что из него нельзя будет получить правильные следствия: 1) преобразования Лоренца; 2) лоренц-инвариантность законов.

1. К нахождению преобразований координат, связывающих две системы отсчета

а) Покажем, что только из факта одинаковости законов внутри каждой из лабораторий нельзя получить явный вид преобразований координат.

Рассмотрим две лаборатории, движущиеся относительно друг друга. Обычно в качестве таких лабораторий выбирают движущуюся по орбите Землю в различных точках траектории, т.е. мысленно рассматривают *два комплекта* таких лабораторий. При этом считают, что наблюдатели в каждой из них могут описывать *свои* явления и сравнивать результаты наблюдений друг с другом.

Пусть в первой, "неподвижной" лаборатории с помощью опытов найдено, что уравнение фронта световой волны в координатах первой системы отсчета имеет вид

$$\left(\frac{\partial\omega_1}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\omega_1}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\omega_1}{\partial z}\right)^2-\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\omega_1}{\partial t}\right)^2=0, \qquad (1)$$

где $\omega_1(x,y,z,t)$ — волновая поверхность в первой лаборатории.

Примем также, что во второй, движущейся лаборатории при описании фронта световой волны в локальной области пространства, ограниченной второй лабораторией, приходят к уравнению аналогичного вида

$$\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial x'}\right)^2+\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial y'}\right)^2+\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial z'}\right)^2-\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial t'}\right)^2=0, \qquad (2)$$

где $\omega_2(x',y',z',t')$ — волновая поверхность во второй лаборатории.

Мы здесь вынуждены различать волновые поверхности в первой и во второй лабораториях потому, что вследствие несовпадения пространственно-временных областей, занимаемых двумя лабораториями, в каждой из них имеют дело с *разными* волновыми поверхностями, с разными событиями.

Обычно преобразования Лоренца получают из уравнений типа (1) и (2) в случае, когда индексы 1 и 2 при ω отсутствуют. Однако это имеет место тогда, когда в двух лабораториях рассматривают *одно* событие (одну световую вспышку). Естественно, что когда в качестве двух лабораторий рассматривают движущуюся по орбите Землю в различных точках ее траектории (а следовательно, и в различных пространственно-временных областях), то имеют дело с разными световыми конусами — волновыми поверхностями, с разными событиями (рис. 1).

Из-за того, что ω_1 и ω_2 — разные волновые поверхности, из уравнений (1) и (2) нельзя непосредственно получить преобразования координат, связывающих

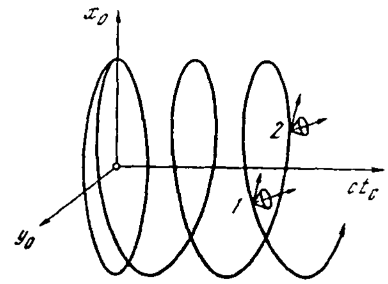

Рис. 1. Траектория Земли при движении по орбите в пространстве x_0, y_0, t_0 гелиоцентрической системы

В двух разных пространственно-временных точках траектории испускаются световые вспышки (точки *1* и *2*). В точке *1* вид первого фронта: $x_1^2 + y_1^2 - c^2 t_1^2 = 0$; в точке *2* вид второго фронта аналогичен: ${x'}_2^2 + {y'_2}^2 - c^2 {t'_2}^2 = 0$ (результат опыта Майкельсона)

показания приборов в одной лаборатории с показаниями приборов в другой лаборатории, т.е. связь

$$x'_j = f_j(x_s) \qquad (j, s = 0, 1, 2, 3).$$

Следовательно, путем локальных измерений внутри каждой из движущихся относительно друг друга лабораторий и сопоставления результатов измерений друг с другом нельзя получить преобразований координат между этими лабораториями.

б) Покажем теперь, как можно было бы получить преобразования координат, связывающие две системы отсчета.

Предоставим каждому наблюдателю возможность описывать с помощью своих приборов (т.е. в своих координатах) процессы как в своей, так и в другой лаборатории. Результаты этих измерений, полученные разными наблюдателями, сравниваются друг с другом.

Так, например, если "неподвижный" наблюдатель, измеряя фронт световой волны внутри движущейся лаборатории, обнаружит, что этот фронт описывается уравнением вида

$$\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_2}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_2}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial t}\right)^2 = 0, \tag{3}$$

то из (2) и (3) он придет к выводу, что показания приборов в двух лабораториях (т.е. координаты двух систем отсчета) связаны с преобразованием Лоренца[4].

Если же "неподвижный" наблюдатель найдет в движущейся лаборатории уравнение вида

$$\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_2}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_2}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(V\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}\right)^2 \omega_2 = 0, \tag{4}$$

где V — скорость движущейся лаборатории, то из уравнений (2) и (4) наблюдатель в первой системе отсчета получит преобразования Галилея (рис. 2 и 3).

Уравнение (4) соответствует гипотезе "полностью увлекаемого эфира", т.е. случаю, когда движение окружающих тел (лаборатории) оказывает влияние на процесс распространения света в ее окрестности.

[4]Для получения преобразований необходимо также два дополнительных условия: требование линейности преобразований [16], а также требование, чтобы преобразования образовывали группу.

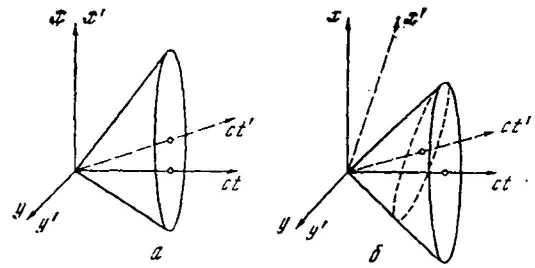

Рис. 2. Геометрическое представление преобразований Галилея и Лоренца
а — преобразования Галилея: $x' = x - vt$, $y' = y$, $t' = t$ в пространстве x, y, t сводятся к наклону оси t в плоскости xt. Асимметричный конус в пространстве x, y, t: $(x - vt)^2 + y^2 - c^2t^2 = 0$ переходит в пространстве x', y', t' в симметричный: $x'^2 + y'^2 - c^2t'^2 = 0$; б — преобразования Лоренца в пространстве x, y, t сводятся к наклонам осей x и t в плоскости xt и к изменению масштаба для осей x и t. Симметричный конус в пространстве x, y, t: $x^2 + y^2 - c^2t^2 = 0$ переходит в пространстве x', y', t' в симметричный: $x'^2 + y'^2 - c^2t'^2 = 0$

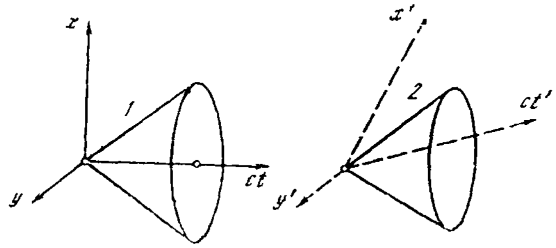

Рис. 3. Случай двух пространственно-разобщенных лабораторий.
В системе отсчета каждой из лабораторий наблюдаются два симметричных световых конуса 1 и 2. Вид конуса 2 в координатах системы отсчета S мы из прямых экспериментов не знаем. Например, если прямые замеры вида конуса 2 в координатах S дают симметричный конус, то системы S и S' связаны преобразованиями Лоренца. Если измерения дают асимметричный конус (как на рис. 2, а), то S и S' связаны преобразованиями Галилея.

Таким образом, мы видим, что *для получения преобразований координат необходимо либо с помощью двух систем отсчета измерять один и тот же волновой фронт, либо иметь дополнительную информацию о влиянии движения окружающих тел на распространение света в вакууме.*

Если мы в качестве движущихся систем отсчета рассматриваем Землю в двух точках ее траектории, то такой возможности описывать один и тот же фронт в двух системах отсчета мы принципиально не имеем (см. рис. 1). Поэтому для получения преобразований координат нам необходима дополнительная информация о влиянии движения окружающих тел на распространение света. Такую информацию могут дать, например, опыты по измерению аберрации звезд. Известно, что возможность уравнения типа (4) исключается аберрацией звезд. К сожалению, невысокая точность измерения аберрации не позволяет исключить в уравнении фронта световой волны в движущейся лаборатории появление членов $\sim V^2/c^2$. Поскольку сами релятивистские эффекты пропорциональны β^2, такая неопределенность является значительной и не позволяет однозначно получать преобразования координат. Ниже (II, §2, п. "г") будет приведен пример такого нарушения вида уравнения (3).

2. К проверке лоренц-инвариантности законов

В предыдущем параграфе мы охарактеризовали ситуацию, возникающую при нахождении вида преобразований координат между двумя системами отсчета.

В этом параграфе обсудим следующий вопрос: позволяют ли современные эксперименты по проверке принципа относительности[5] при уже установленных пре-

[5] Опыты, поставленные внутри лаборатории с целью обнаружить ее поступательное движение.

образованиях координат проверить лоренц-инвариантность законов? Ответ: нет, не позволяют.

Для доказательства построим модель с двумя эквивалентными, пространственно-разделенными лабораториями, связанными преобразованиями Лоренца, в которых законы имеют одинаковый вид, но часть законов в каждой из лабораторий инвариантна к одним, а другая часть законов — к другим преобразованиям координат. Это будет автоматически означать отсутствие лоренц-инвариантности законов в каждой из лабораторий.

Возьмем две движущиеся относительно друг друга лаборатории. Примем, что в одной из них, неподвижной, имеет место уравнение (1), описывающее процесс распространения света, а также сохраняется количество движения, определяемое законами классической механики:

$$\sum_i m_i v_{ix} = \text{const}, \qquad \sum_i m_i v_{iy} = \text{const}. \tag{5}$$

Предположим далее, что при измерениях за пределами области пространства, занимаемой неподвижной лабораторией, обнаружено нарушение уравнений (5), при этом такое нарушение тем больше, чем ближе исследуемая область пространства к области, занимаемой в данный момент движущейся лабораторией. Положим, что внутри движущейся лаборатории уравнения, описывающие процесс соударения частиц, имеют вид

$$\sum \frac{m_s(v_{sx} + V)}{1 + v_{sx}V/c^2} = \text{const} \qquad \sum \frac{m_s v_{sy}\sqrt{1-\beta^2}}{1 + v_{sx}V/c^2} = \text{const}, \tag{6}$$

где v_{sx}, v_{sy} — составляющие скорости s-й частицы в движущейся лаборатории, измеренные с помощью приборов из неподвижной лаборатории; $V = \beta c$ — скорость движущейся лаборатории.

Распространение света в неподвижной лаборатории описывается уравнением (1). Примем теперь, что за пределами пространства неподвижной лаборатории не обнаружено никакого отклонения от уравнения (1), т.е., определенное путем измерений из неподвижной лаборатории, оно имеет такой же вид и в области пространства, занимаемой движущейся лабораторией (уравнение (3)).

Пусть, наконец, система отсчета движущейся лаборатории связана с системой отсчета неподвижной лаборатории преобразованиями Лоренца.

Используя преобразования Лоренца, мы можем найти вид уравнения (6), но уже в координатах движущейся системы отсчета (второй лаборатории). Уравнение (6), описывающее соударения частиц в движущейся лаборатории, в координатах движущейся лаборатории будет

$$\sum_s m_s v'_{sx} = \text{const}, \qquad \sum_s m_s v'_{sy} = \text{const}, \tag{7}$$

что совпадает с (5).

В свою очередь преобразования Лоренца не изменят уравнения светового фронта (3) в движущейся лаборатории, т.е. измеренное в координатах движущейся лаборатории оно будет иметь вид (2).

Совпадение уравнений (5) и (1) с (7) и (2) в двух лабораториях означает одинаковость законов в двух лабораториях. При этом уравнения *не инвариантны по отношению к одному преобразованию.* Таким образом, наша цель достигнута.

Понять смысл приведенного примера очень легко, если вспомнить, что подобного рода рассуждения обычно приводятся при обсуждении скорости распространения света в гипотезе "увлекаемого эфира". В этом примере мы как бы имеем "полностью увлекаемый эфир" для механических процессов, который нам позволил обеспечить одинаковый вид законов внутри каждой из лабораторий при отсутствии лоренц-инвариантности их.

3. Экспериментальная ситуация при проверке СТО в традиционной форме

Вышесказанное в §1–2 можно резюмировать следующим образом.

1. Явный вид преобразований координат, связывающих две системы отсчета, можно найти при измерении одного и того же волнового фронта (одних и тех же событий) в координатах этих систем отсчета. Если в качестве двух таких систем отсчета мы рассматриваем Землю в двух точках ее траектории, то мы принципиально такой возможности не имеем.

2. Если в каждой из движущихся лабораторий измеряются разные волновые поверхности, то для получения преобразований координат между системами отсчета этих лабораторий необходима информация о влиянии движения окружающих тел на распространение света в вакууме. Такую информацию в членах первого порядка относительно V/c дают опыты по измерению аберрации звезд. Однако этого недостаточно, так как появление в уравнении светового фронта членов V^2/c^2 приведет к преобразованиям координат, отличающихся от преобразований Лоренца членами $\sim \beta^2$, что одного порядка с величинами релятивистских эффектов. Следовательно, традиционным способом преобразования Лоренца не проверяются.

3. Даже в случае, если бы мы имели два экземпляра пространственно-разделенных лабораторий, движущихся относительно друг друга, в которых явления протекают одинаковым образом, и установили, что системы отсчета этих лабораторий связаны преобразованиями Лоренца, то только из этого нельзя было бы непосредственно получить *лоренц-инвариантность* законов, так как в каждой лаборатории описываются *разные* события, что не позволяет установить трансформационные свойства получаемых в каждой лаборатории законов.

Третий вывод говорит о том, что двух постулатов СТО недостаточно для получения лоренц-инвариантности законов, когда принцип относительности трактуется как "одинаковость протекания процессов в двух лабораториях". Нужно еще быть убежденным, что вид законов не меняется от точки к точке, как это было на примере уравнений (5), (6). Это вызывает необходимость "дотянуться" приборами из неподвижной системы отсчета до движущейся. Но в этом случае в координатах двух систем отсчета будут описываться одни и те же события, т.е. мы приходим к *необходимости проверки первой формулировки принципа относительности*!

Итак, для проверки постулатов СТО в традиционной форме нам нужны одна физическая система и две движущиеся системы отсчета, с помощью которых описываются явления в этой физической системе. Ясно, что одна только Земля, движущаяся по орбите, не может обеспечить две системы отсчета, в которых рассматривались бы одни и те же события.

Если в качестве "неподвижной" системы отсчета взять Землю, то нам нужно воссоздать еще и движущуюся относительно Земли с релятивистской скоростью систему отсчета. Реализация такой системы, установление с ее помощью факта тождественности законов в физической системе, с которой экспериментирует неподвижный наблюдатель, с законами, полученными неподвижным наблюдателем, — вряд ли в настоящее время такая программа осуществима.

II. К экспериментальной проверке СТО

1. Лоренц-инвариантность законов

Как было показано в предыдущем разделе, правильные опыты по проверке постулатов СТО трудно поставить, так как трудно реализовать две системы отсчета, движущиеся относительно друг друга с релятивистской скоростью. В связи с этим можно задать вопрос: нельзя ли как-нибудь эти трудности обойти, изменив систему постулатов? Конечно, измененная система должна быть эквивалентна предыдущей.

Прежде чем рассмотреть новый конкретный набор аксиом, обратим внимание на следующее обстоятельство. Принцип относительности мы трактовали как независимость законов физической системы от выбора системы отсчета. Последнее означает инвариантность равенства нулю вариации действия $\delta S = \delta \int\limits_a^b dS$ при переходе от координат одной системы отсчета к другой. Второй постулат дает явный вид этих преобразований — преобразования Лоренца. Постулаты СТО утверждают инвариантность вариации действий при переходе от одной системы отсчета к другой с помощью преобразований Лоренца.

Вместе с тем преобразования Лоренца можно трактовать не как переход к новой системе отсчета, а как переход к новым точкам (событиям) пространства-времени при *неизменной* системе отсчета[6]. Мировая линия, вдоль которой берется интеграл $\int\limits_a^b dS$, при этом преобразуется в новую мировую линию с помощью лоренцевых преобразований.

Требование, накладываемое принципом относительности, при этом будет уже означать равенство вариации действия $\delta S = \delta \int\limits_a^b dS$ при переходе от одной мировой линии к другой при *неизменной системе отсчета* (рис. 4, а). Это означает, что если линия ab была истиной траекторией, то линия $a'b'$, получаемая из первой путем преобразований Лоренца, так же будет истиной траекторией. Инвариантность

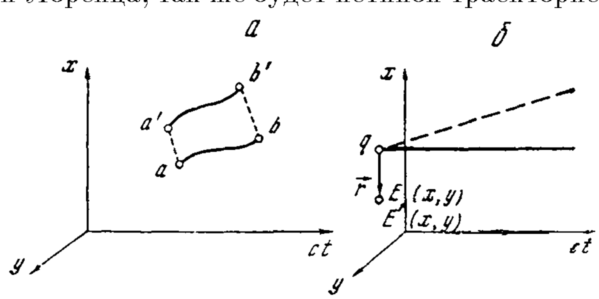

Рис. 4. К лоренц-инвариантности в одной системе отсчета.
а — при переходе к новым точкам пространства-времени с помощью преобразований Лоренца линия ab переходит в линию $a'b'$, при этом если линия ab соответствовала истинной траектории, то и линия $a'b'$ также будет соответствовать истинной траектории: *б* — при преобразовании пространства-времени поле неподвижного заряда $E(x, y, t)$ перейдет в поле $E'(x, y, t)$ и будет соответствовать полю движущегося заряда.

вариации действия к преобразованию пространства-времени с помощью преобразований Лоренца приводит в свою очередь к требованию, чтобы все физические величины были соответствующими тензорами преобразования Лоренца. Только теперь физическая величина преобразуется по тензорному правилу не при переходе в новую систему отсчета, а при переходе к новым точкам пространства-времени.

Так, если мы имеем мировую линию неподвижного заряда в виде сплошной прямой (рис. 4, *б*), при этом в плоскости xy задана напряженность поля $E(x, y)$, то при преобразовании мировой линии с помощью преобразований Лоренца она перейдет в пунктирную и будет соответствовать мировой линии заряда, движущегося относительно системы отсчета. Вектор E, преобразующийся, как компонента

[6] Математическая эквивалентность двух подходов при изучении инвариантных свойств подчеркивалась неоднократно (см., например, [17, гл. 5: 18, стр. 449; 19; 20, стр. 26, 35]).

тензора электромагнитного поля, будет соответствовать полю движущегося заряда $E'(x, y)$.

Таким образом, *требование лоренц-инвариантности законов в одной системе отсчета является математическим выражением релятивистской механики*[7]. Это требование эквивалентно двум постулатам СТО. Действительно, если законы лоренц-инвариантны в одной системе отсчета, то всегда можно найти другую систему отсчета (она будет связана с первой преобразованиями Лоренца), в которой законы не изменят своего вида (первый постулат СТО). С другой стороны, лоренц-инвариантность законов в одной системе отсчета означает, что фронт световой волны в вакууме не может зависеть от скоростей каких-либо окружающих тел и, будучи измерен в координатах движущейся системы отсчета, связанной с неподвижной преобразованиями Лоренца, не изменит своего вида (второй постулат СТО).

Итак, мы видим, что для проверки СТО нет необходимости воссоздавать движущуюся относительно Земли с релятивистской скоростью систему отсчета. Достаточно иметь только одну систему отсчета и убедиться, что в ней законы лоренц-инвариантны.

2. Проверка лоренц-инвариантности законов

Как проверять лоренц-инвариантность законов в одной системе отсчета? Для этого нужно получить явный вид законов в этой системе отсчета и, переписывая их в штрихованных координатах с помощью преобразований Лоренца, убедиться, что они при этом не меняют своего вида.

Лоренц-инвариантное выражение для действия S будет [21]

$$\begin{aligned} S &= \int_a^b \Big\{ \sum_i \Big[-m_i c^2 \sqrt{1-\beta_i^2} + \frac{e_i}{c}(\mathbf{A}\mathbf{v}_i) - e_i\varphi \Big] + \\ &\qquad + \frac{1}{8\pi}\int (E^2 - H^2) d\nu \Big\} dt. \end{aligned} \tag{8}$$

где $m_i, e_i, \mathbf{v}_i$ — соответственно масса, заряд и скорость i-й частицы; $\mathbf{A}, \varphi, E, H$ — потенциалы и напряженности электромагнитного поля. Для замкнутой системы будут иметь место 10 законов сохранения (по числу параметров группы преобразований, оставляющих неизменным действие $S = \int\limits_{t_1}^{t_2} L dt$ для замкнутой системы), а именно: закон сохранения энергии-импульса (4 параметра), закон сохранения момента количества движения и центра инерции (6 параметров). Экспериментальная проверка релятивистского вида лагранжиана

$$\begin{aligned} L &= \sum_i \Big[-m_i c^2 \sqrt{1-\beta_i^2} + \frac{e_i}{c}(\mathbf{A}\mathbf{v}_i) - e_i\varphi \Big] + \\ &\qquad + \frac{1}{8\pi}\int (E^2 - H^2) d\nu \end{aligned}$$

должна состоять из проверки той его части, которая описывает свободные частицы, т.е. $\sum\limits_i \Big[-m_i c^2 \sqrt{1-\beta_i^2} \Big]$, второй части, описывающей взаимодействие частиц с полем

[7] Любопытно, что понятие лоренц-инвариантности законов в одной системе отсчета встречает часто непонимание. При этом допускают, что хотя еще ни разу не была воссоздана система отсчета, движущаяся относительно Земли с релятивистской скоростью, лоренц-инвариантность законов как-то была подтверждена и без этого!

$\sum\limits_i \left[\frac{e_i}{c}(\mathbf{A}\mathbf{v}_i) - e_i\varphi\right]$ или движение частиц в поле $\sum\limits_i \left[-m_ic^2\sqrt{1-\beta_i^2} + \frac{e_i}{c}(\mathbf{A}\mathbf{v}_i) - e_i\varphi\right]$, и наконец, третьей части, описывающей само поле: $\frac{1}{8\pi}\int(E^2 - H^2)d\nu$.

а) *Проверка лагранжиана для свободных частиц.* Поскольку для свободных частиц в уравнении Лагранжа (q_s — декартовы координаты)

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial L}{\partial q_s} = 0$$

член $\partial L/\partial q_s$ равен нулю, то из уравнения для свободных частиц следует, что импульс $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} = \text{const}$, или что частицы движутся прямолинейно и равномерно. Такой же вывод следует для свободных частиц в случае нерелятивистской механики. Поэтому проверка вида лагранжиана для свободных частиц должна состоять в проверке законов сохранения, таких как закон сохранения энергии-импульса, закон сохранения момента и центра инерции.

Обычно закон сохранения энергии-импульса проверяется с помощью процессов соударения элементарных частиц. Если движущаяся частица сталкивается с неподвижной частицей равной ей массы (массы покоя), то из закона сохранения энергии-импульса следует, что угол разлета после их столкновения будет острым (угол тем меньше, чем выше скорость налетающей частицы). В нерелятивистской механике этот угол равен 90° вне зависимости от скорости соударения. В работе [22] производилось измерение углов разлета после столкновения. Было отмечено хорошее совпадение их с вычисленными на основе релятивистских соотношений.

Отдельно закон сохранения энергии хорошо проверяется с помощью ядерных реакций. Например, если литий Li_3^7 подвергнуть бомбардировке протонами

$$\mathrm{Li}_3^7 + \mathrm{H}_1^1 \to \mathrm{He}_2^4 + \mathrm{He}_2^4,$$

то в результате получаются две α-частицы. Массы всех частиц, участвующих в реакции, можно определить с помощью масс-спектрометра. Измеряя кинетическую энергию протона и α-частиц и сравнивая ее с энергией, обусловленной дефектом массы, можно проверить закон сохранения энергии. Точность проверки при этом оказывается равной 0,3% [23].

Как пример выполнения закона сохранения энергии-импульса можно привести эффект Комптона. При рассеянии рентгеновских лучей на внешних слабо связанных электронах атома происходит изменение длины волны рассеиваемого излучения. Если угол между первичным и рассеянным пучками лучей равен 90°, то изменение длины волны будет $\Delta\lambda = 24{,}655X$. Экспериментальное определение малых поправок к указанной величине $\Delta\lambda$ [24] показывает справедливость расчетов по релятивистским соотношениям с точностью 0,2%.

В области высоких энергий ($E = 2 \div 10$ *Гэв*) на процессе упругих соударений протонов можно показать справедливость закона сохранения энергии-импульса при $\beta \simeq 0{,}96$ с точностью 3% [25] при различных скоростях с.ц.м. относительно системы наблюдения.

б) *Проверка лагранжиана для частиц в поле.* Из уравнения Лагранжа для $L = \sum\left[-m_ic^2\sqrt{1-\beta_i^2} + \frac{e_i}{c}(Av_i) - e_i\varphi\right]$ получается уравнение для движения заряда в поле

$$\frac{d}{dt}\frac{m_{0i}\mathbf{v}_i}{\sqrt{1-\beta_i^2}} = e_i\mathbf{E} + \frac{e_i}{c}[\mathbf{v}_i\mathbf{H}], \qquad (9)$$

где по определению

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathrm{grad}\varphi, \qquad \mathbf{H} = \mathrm{rot}\mathbf{A}. \qquad (10)$$

Из (9) видно, что лоренц-инвариантный вид лагранжиана для частиц в поле приводит к неинвариантности массы заряженной частицы. Последняя возрастает со скоростью пропорционально $1/\sqrt{1-\beta_i^2}$.

Вообще экспериментов, в которых измерялась зависимость массы от скорости, было очень много. Так в работе [27] показано, что зависимость массы от скорости для протонов с $\beta = 0{,}81$ подтверждается с точностью 0,4%. Как отмечается в [12], отклонение от релятивистского вида зависимости массы от скорости на 0,05% должно было бы привести к полной дефазировке при ускорении электронов в линейном ускорителе. В частности, разработка новых типов ускорителей (синхрофазотрон, синхроциклотрон, фазотрон) была вызвана тем, что в применявшемся до них ускорителе — циклотроне происходила рассинхронизация процесса ускорения вследствие возрастания масс ускоряемых частиц (протонов, нейронов, α-частиц).

в) *Проверка функции Лагранжа для поля.* Из равенств (10) получаются два уравнения Максвела:

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial H}{\partial t}, \qquad \mathrm{div}\mathbf{H} = 0.$$

С другой стороны, из принципа наименьшего действия в случае, когда действие включает член $\int (E^2 - H^2)\, dv$, определяющий само поле, при варьировании потенциалов поля могут быть получены [21] остальные два уравнения Максвелла:

$$\mathrm{rot}\mathbf{H} = -\frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \qquad \mathrm{div}\mathbf{E} = 4\pi\rho.$$

В случае, когда $\rho = 0, \mathbf{j} = 0$ (вакуум), из уравнений Максвелла получается (см. [16, стр. 22]) уравнение распространения вида (1). Из (1) следует, что скорость света в вакууме изотропна, не зависит от скорости источника, а также от скоростей окружающих тел.

Изотропность скорости света в вакууме, начиная с опыта Майкельсона, подтверждается большим числом экспериментов аналогичного вида, поставленных в попытке обнаружения влияния движения Земли на скорость света [28]. Наиболее точный эксперимент был проведен сравнительно недавно [29]. Был сделан вывод, что скорость света изотропна с точностью до 10^{-7}.

В качестве опытов, подтверждающих независимость (с точностью до членов, пропорциональных β) скорости света в вакууме от скоростей окружающих тел, можно рассматривать опыты по определению аберрации звезд, а также опыт Майкельсона — Гейла [30]. Если бы свет увлекался движением Земли, то аберрация не наблюдалась. Во втором опыте проверялась степень увлечения света Землей при ее суточном вращении. Луч, обегающий контур в двух направлениях, давал смещение полос интерференции, что означало отсутствие такого увлечения. Как уже отмечалось, точность этих экспериментов недостаточна, чтобы исключить появление членов второго порядка относительно β в уравнении фронта световой волны в вакууме. Поскольку релятивистские эффекты сами зависят от β^2, то указанная неопределенность значительна.

Независимость скорости света от скорости источника подтверждена с точностью 0,013% при $\beta_{\text{и}} = 0{,}99955$ ($\beta_{\text{и}} = v_{\text{и}}/c$, где $v_{\text{и}}$ — скорость источника) [31]. Высокая точность опыта, а также большое значение β позволяют сделать заключение о независимости скорости света от скорости источника не только в членах $\sim \beta$, но и в членах более высокого порядка.

Независимость скорости света от скорости внеземных источников была подтверждена с точностью 2–12% [32–34].

г) *Лоренцево сокращение длин.* Сокращение длин при традиционном построении СТО является следствием преобразований Лоренца. В нашей схеме преобразования Лоренца не означают переход в новую систему отсчета и служат лишь для конкретизации группы инвариантности при формулировке законов в одной системе отсчета. Однако можно представить, что этими преобразованиями мы пользуемся также и для перехода в новую, движущуюся систему отсчета (явный вид преобразований, заданный таким образом, определяет только способ градуировки пространственно-временных координат движущейся системы отсчета). При этом в новой системе отсчета мы получили бы те же законы, а следовательно, соответственные процессы там должны были бы протекать одинаковым образом с процессами в неподвижной системе отсчета.

Так, если интерферометр Майкельсона в неподвижной системе отсчета при повороте не дает смещения полос, то и движущийся вместе с новой системой интерферометр также не должен был бы приводить к смещению полос интерференции. Последнее же может быть только тогда, когда продольное плечо движущегося интерферометра сжимается в $1/\sqrt{1-\beta^2}$ раз (см., например, [2, стр. 40; 12; 35]). Следовательно, сокращение длин в нашей схеме является следствием лоренц-инвариантности законов.

Говоря об экспериментальной проверке сокращения длин можно отметить, что обычно в качестве опыта, подтверждающего лоренцево сокращение указывают опыт Майкельсона с неподвижным относительно Земли интерферометром. Однако, как мы указали выше (I, §1), для того чтобы на основании факта изотропности света внутри лаборатории получить преобразования Лоренца, необходима дополнительная информация (с точностью до β^2) о влиянии движения окружающих массивных тел (в данном случае — Земли) на распространение света. Так как из современных экспериментов мы такой информации не имеем, то опыт Майкельсона в таком виде нельзя рассматривать как подтверждение лоренцева сокращения длин.

Часто указывают, что необходимость принятия эффекта сокращения длин, исходя из результата опыта Майкельсона, следует из невозможности совместного объяснения таких опытов, как опыт Майкельсона, опыт по измерению аберрации звезд, опыт по проверке независимости скорости света от скорости источника без привлечения эффекта сокращения длин. Покажем на примере, что это не так. Допустим, что в неподвижной относительно звезд системе отсчета свет вблизи окрестности движущейся Земли (под влиянием этого движения) распространяется анизотропно, а именно, скорость его вдоль оси x (движение Земли тоже по оси x) в ту и другую сторону равна $c/\sqrt{1-\beta^2}$; вдоль оси y — соответственно c. В этом случае, как нетрудно показать, будет иметь место как нулевой результат опыта Майкельсона при движущемся интерферометре (интерферометр неподвижен относительно Земли), так и правильное (с точностью до членов $\sim \beta^2$) значение для аберрации. Вместе с тем, поскольку в первой системе отсчета свет распространяется анизотропно, то неподвижный интерферометр (он движется относительно Земли) будет давать смещение полос при повороте (луч вдоль движения Земли проходит путь быстрее поперечного луча). Поэтому наблюдатель на Земле придет к выводу, что сокращение длин имеется, но не лоренцево $\sim \sqrt{1-\beta^2}$, а гораздо больше $\sim (1-\beta^2)$, так как продольный луч вместо того, чтобы отстать (отсутствие сокращения) от поперечного луча или прийти одновременно с ним (лоренцево сокращение), приходит раньше поперечного (сокращение больше лоренцева). Этот пример показывает, что перечисленные опыты не определяют однозначно сокращения длин.

Сокращение длин можно было бы проверить с помощью опыта Майкельсона, но с движущимся относительно Земли интерферометром. Интерферометр на газовых лазерах [29] при скорости 300 м/сек мог бы подтвердить сокращение длины с точностью 10%. Постановка такого опыта на искусственном спутнике дала бы более надежный результат.

д) *Замедление времени.* Покажем, что из лоренц-инвариантности законов следует замедление времени движущихся часов. Для этого, как и выше, предположим, что мы имеем движущуюся систему отсчета, в которой градуировка осуществлена таким образом, чтобы с неподвижной системой подвижная была связана преобразованиями Лоренца. Из-за того, что в неподвижной системе отсчета законы лоренц-инвариантны, в движущейся системе отсчета они будут иметь тот же вид, что и в неподвижной; это значит, что все процессы в движущейся системе отсчета будут протекать одинаково с процессами в неподвижной системе. Если в неподвижной системе отсчета мы имеем разноплечий интерферометр (опыт Кеннеди — Торндайка), который не дает смещения полос интерференции при повороте, то такой же интерферометр, движущийся вместе с новой системой отсчета, также не должен был бы давать смещения полос интерференции. При наличии сокращения длин это возможно только тогда, когда частота источника света движущегося интерферометра претерпевает релятивистское изменение [35], т.е. при наличии замедления времени движущихся часов.

Замедление времени движущихся часов может быть проверено отдельными опытами: путем измерения времени жизни движущихся мезонов, в также с помощью поперечного доплер-эффекта.

Мезон представляет собой нестабильную частицу, которая распадается по прошествии некоторого промежутка (в среднем) времени. Для покоящегося мезона можно измерить время жизни, тормозя поток мезонов в веществе и измеряя интервал времени между актом остановки и актом распада мезона. Для получения времени жизни движущихся мезона изучают изменение интенсивности мезонов космического происхождения с высотой. Каждому среднему времени жизни мезонов соответствует свой ход изменения интенсивности в зависимости от высоты над поверхностью Земли. Измерения показывают, что время жизни движущихся мезонов увеличивается в $1/\sqrt{1-\beta^2}$ раз при $\beta = 0{,}99$ с точностью 12% [36].

Поперечный доплер-эффект обусловлен замедлением периодического процесс при испускании света движущимся атомом (в нерелятивистской теории, где указанное замедление отсутствует, поперечного доплер-эффекта нет).

В одном из экспериментов молекулярные ионы водорода ускорялись приложенным напряжением до скорости $2{,}8 \cdot 10^6$ м/сек. Соударение последних с атомами водорода приводило к образованию возбужденных состояний. Измерение частоты света при испускании его движущимся атомом позволило проверить замедление времени при $\beta = 9 \cdot 10^{-3}$ с точностью 5% [37] (более подробный анализ экспериментов указанного типа дан в работах [2, 4, 12]).

Другой тип экспериментов по измерению поперечного доплер-эффекта основан на использовании эффекта Мёссбауэра. На оси вращающегося ротора располагался источник γ-лучей (Co^{57}), излучение которого поглощалось при прохождении фольги из Fe^{57}, расположенной на внешнем диаметре ротора [38]. При вращении ротора происходило изменение поглощения, обусловленное сдвигом резонансной частоты поглотителя при движении. Замедление времени было подтверждено при $\beta = 7 \cdot 10^{-7}$ с точностью 1% [38].

III. Опыты первого порядка

Как указывалось выше, опытами первого порядка называются опыты, в которых ожидаемый эффект, обусловленный поступательным движением системы наблюдения, пропорционален отношению v/c, где v — скорость движения системы наблюдения относительно выделенной системы отсчета. Основным мотивом в предложениях постановки опытов первого порядка является утверждение, что опыты второго порядка (например опыт Майкельсона) дают возможность проверить изотропность средней скорости света на пути туда и обратно, но не позволяют проверить изотропность скорости в отдельности на пути туда и на пути обратно, т.е. не позволяют проверить справедливость принципа относительности не для средней скорости света [7–14, 39–40].

Определение несредней скорости света тесно связано с понятием одновременности пространственно-разобщенных событий. Эту взаимосвязь мы рассмотрим ниже.

1. Одновременность пространственно-разобщенных событий.

Пусть мы имеем координатную сетку, в каждом узле которой расположены часы. Чтобы с помощью этой системы координат описывать события, необходимо связать показания часов, т.е. "синхронизировать" их. Под синхронизацией часто понимают такой способ установки часов, при котором все они показывают "одинаковое время".

Так, если бы мы имели изотропный сигнал, то время его прихода, например, из середины отрезка к двум его концам, было бы одинаковым, что давало бы практический рецепт такой синхронизации часов, при которой все они показывали бы "одинаковое время".

Однако, как отмечал А. Эйнштейн [15, 41], экспериментально может быть проверена изотропность только *средней* скорости на пути туда и обратно, так как измерение скорости и, в частности, проверка независимости скорости (несредней) от направления уже требует синхронизированного ряда часов. Получается замкнутый логический круг. Синхронизация требует информации о времени прохождения пути; эта же информация о времени запаздывания необходима и для определения скорости (см. также [43]).

Без синхронизации часов мы можем найти только среднюю скорость прохождения сигналом пути туда и обратно, поскольку интервал времени определяется одними часами. Но, как и выше, мы не можем определить, какую часть общего времени сигнал затрачивает на путь "туда" и какую на путь "обратно".

Покажем, что понятие "изотропный сигнал" определяется принятым способом синхронизации.

Пусть мы имеем сигнал, средняя скорость которого изотропна. Это означает, что время, необходимое на прохождение светом пути туда и обратно, не зависит от направления, т.е.

$$\frac{1}{c(\varphi)} + \frac{1}{c(\varphi+\pi)} = \frac{2}{c_0},$$

где $c_0 = \mathrm{const}$, а $c(\varphi)$ — произвольная функция угла φ, заданная в интервале углов от 0 до π. Для $c(\varphi+\pi)$ имеем

$$c(\varphi+\pi) = \frac{c_0}{2 - \frac{c_0}{c(\varphi)}}.$$

В силу произвольности $c(\varphi)$, вообще говоря, $c(\varphi+\pi) \neq c(\varphi)$, т.е. мы имеем "неизотропный" сигнал.

Проведем с помощью данного сигнала синхронизацию часов. Пусть

$$c(\varphi) = \frac{c}{1+\alpha\cos\varphi}, \qquad \text{где } \alpha = \mathrm{const}.$$

Когда мы имеем заданную скорость сигнала, то тем самым предполагаем *наличие* ряда часов, по показаниям которых измеряется скорость сигнала.

После синхронизации часов по какому-то правилу получим новый ряд часов, отличающийся, вообще говоря, от первого ряда. Координатная сетка с первым рядом часов в ее узлах образует систему координат S_1; эта же координатная сетка со вторым рядом часов — систему координат S_2.

В качестве способа синхронизации выберем способ, предложенный Эйнштейном, который заключается в следующем: из начала координат в момент $t = 0$ по часам, помещенным в начале, посылается сферический фронт сигнала, средняя скорость которого изотропна. После его прихода в точку x, y, z часы в ней устанавливаются в положение $t = \frac{1}{c}\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, где c — *средняя скорость сигнала* на пути туда и обратно. Поскольку средняя скорость изотропна, а скорость синхронизующего сигнала по новому ряду часов определяется как $\nu(\varphi) \equiv \frac{1}{t}\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = c$, то, естественно, что в новой системе отсчета скорость будет изотропна как на пути "туда", так и на пути "обратно" . Следовательно, понятие "изотропный сигнал", если у этого сигнала средняя скорость изотропна, определяется только принятым способом синхронизации.

Следует отметить, что введение процедуры синхронизации помощью какого-то способа подразумевает *самосогласованность* его (транзитивность), т.е. необходимо, чтобы синхронизация часов по цепочке $A \to B \to C$ приводила к тому же результату, что и с помощью $A \to C$ [15]. Можно показать, что высказывание о транзитивности есть высказывание о галилеевом характере пространства. Как известно, в искривленном пространстве такой самосогласованной процедуры синхронизации ввести нельзя.

Получим преобразования типа преобразований Лоренца, связывающие две движущиеся системы отсчета, с произвольной (но не нарушающей условия транзитивности, а также условия равномерного движения свободного тела) синхронизацией.

Легко видеть, что этим условиям удовлетворяет, например, синхронизация вида (рис. 5)

$$t = \frac{1}{c}\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + \alpha\frac{x}{c}, \tag{11}$$

где α — параметр синхронизации. Переход от системы координат S_1 с $\alpha = 0$ к системе координат S_2 с $\alpha \neq 0$ задается преобразованиями

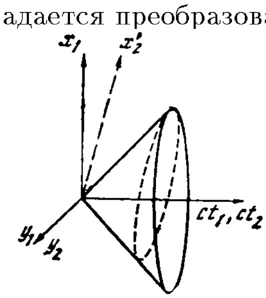

Рис. 5. Геометрическое представление преобразований с введением произвольной синхронизации (преобразования (12)).
Преобразования, связанные с переходом от системы координат S_1 с синхронизацией при $\alpha = 0$ к системе координат S_2 с синхронизацией $\alpha \neq 0$, сводятся к наклону оси x в плоскости xt. Преобразованная система координат становится косоугольной.

$$t_2 = t_1 + \frac{\alpha x_1}{c}, \quad x_2 = x_1, \quad y_2 = y_1, \quad z_2 = z_1. \tag{12}$$

Здесь t_1, x_1, y_1, z_1 — координаты системы отсчета с $\alpha = 0$.

Пусть t_1', x_1', y_1', z_1' — координаты системы отсчета S_1', образованной синхронизацией с $\alpha = 0$, которая движется относительно системы S_1 со скоростью dx_1/dt_1. Преобразования между S_1 и S_1' будут преобразованиями Лоренца:

$$t_1' = \frac{t_1 - \frac{x_1}{c^2}\left(\frac{dx_1}{dt_1}\right)}{\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dx_1}{dt_1}\right)^2}}, \qquad x_1' = \frac{x_1 - \left(\frac{dx_1}{dt_1}t_1\right)}{\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dx_1}{dt_1}\right)^2}}, \tag{13}$$
$$y_1' = y_1 \qquad z_1' - z_1.$$

Образуем далее систему координат S_2' с тем же значением параметра синхронизации, что и в S_2 (S_2 покоится относительно S_1').

Преобразования между S_1' и S_2' будут

$$t_2' = t_1' + \frac{\alpha x_1'}{c}, \quad x_2' = x_1', \quad y_2' = y_1' \quad z_2' = z_1'. \tag{14}$$

Из (12)–(14) получим

$$t_2' = \frac{t_2(1-2\alpha\beta_2) - \dfrac{x_2\beta_2}{c}(1-\alpha^2)}{\sqrt{(1-\alpha\beta_2)^2-\beta_2^2}}, \tag{15}$$

где $\beta_2 = \frac{1}{c}\frac{dx_2}{dt_2}$; dx_2/dt_2 — скорость системы отсчета S_2' относительно S_2 в координатах системы координат S_2,

$$x_2' = \frac{x_2 - v_2 t_2}{\sqrt{(1-\alpha\beta_2)^2-\beta_2^2}}, \quad y_1' = y_2 \quad z_2' = z_2. \tag{16}$$

Преобразования (15) и (16) являются преобразованиями, связывающими две движущиеся относительно друг друга системы отсчета с синхронизацией часов в ней по (11).

Несложно показать, что преобразования (15) и (16) оставляют неизменным вид уравнения фронта световой волны в координатах системы S_2' (здесь индексы системы координат S_2' опущены):

$$(x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - c^2\left(t' + \frac{\alpha x'}{c}\right)^2 = 0. \tag{17}$$

Действительно,

$$\begin{aligned}
&(x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - c^2\left(t' + \frac{\alpha x'}{c}\right)^2 = \\
&= (x')^2(1-\alpha^2) + 2\alpha x'ct' - c^2(t')^2 + (y')^2 + (z')^2 = \\
&= \frac{(x-vt)^2(1-\alpha^2)}{(1-\alpha\beta)^2-\beta_2} + \frac{2\alpha(x-vt)[ct(1-2\alpha\beta) - x\beta(1-\alpha^2)]}{(1-\alpha\beta)^2-\beta^2} - \\
&\quad \frac{[ct(1-2\alpha\beta) - x\beta(1-\alpha^2)]^2}{(1-\alpha\beta)^2-\beta^2} + y^2 + z^2 = \\
&= \frac{\left[x^2(1-\alpha^2) + 2\alpha xct - c^2t^2\right](1-2\alpha\beta-\beta^2+\alpha^2\beta^2)}{(1-\alpha\beta)^2-\beta^2} + y^2 + z^2 = \\
&= x^2 + y^2 + z^2 - c^2\left(t + \frac{\alpha x}{c}\right)^2,
\end{aligned}$$

что совпадает с (17).

Можно показать также, что преобразования (15) и (16) образуют группу с параметром группового произведения

$$\beta_3 = \frac{\beta_1 + \beta_2 - 2\alpha\beta_1\beta_2}{1 + \beta_1\beta_2(1-\alpha^2)}. \tag{18}$$

Получим ряд следствий, вытекающих из (15) и (16).

а) *Сравнение длин.* Длина стержня, покоящегося в системе S_2' с точки зрения наблюдателя в системе S_2, будет

$$\Delta x_2' = \frac{\Delta x_2}{\sqrt{(1-\alpha\beta_2)^2-\beta_2^2}}, \tag{19}$$

б) *Сравнение интервалов времени.* Интервал времени покоящихся в системе S_2' часов с точки зрения наблюдателя в системе S_2 будет ($\Delta x_2 = v_2 \Delta r_2$)

$$\Delta t_2' = \frac{\Delta t_2(1-2\alpha\beta_2) - \frac{\Delta x_2 \beta_2}{c}(1-\alpha^2)}{\sqrt{(1-\alpha\beta_2)^2 - \beta_2^2}} = \Delta t_2 \sqrt{(1-\alpha\beta_2)^2 - \beta_2^2}. \tag{20}$$

Покажем на примере опыта Майкельсона, что нулевой результат последнего устанавливает лишь взаимосвязь между синхронизацией и изменением длин.

Пусть $\alpha \neq 0$. В этом случае скорость распространения фронта световой волны определяется из (17).

Интерферометр движется вдоль оси x со скоростью v. Одно плечо его направлено по x, другое — по y.

Скорость света вдоль оси x будет

$$c_1 = \frac{c}{1+\alpha}, \qquad c_2 = \frac{-c}{1-\alpha}.$$

Время туда и обратно для первого плеча

$$t = l_0\gamma \left(\frac{1}{\frac{c}{1+\alpha} - v} + \frac{1}{\frac{c}{1-\alpha} + v} \right) = \frac{2l_0\gamma}{c\left[(1-\alpha\beta)^2 + \beta^2\right]}, \tag{21}$$

где γ — коэффициент изменения продольных размеров тел при их движении. Для второго плеча время определится из условия одновременности и прохождения x-ой составляющей скорости света пути $x = 1/2\, vt$, а y-ой — пути $y = l_0$. Подставляя в уравнение (17) (без штрихов) значения x и y, получаем

$$\frac{v^2 t^2}{4} + t_0^2 - c^2 \left(\frac{t}{2} - \frac{\alpha v t}{2c} \right)^2 = 0,$$

откуда

$$\Delta t = \frac{2l_0}{c\sqrt{(1-\alpha\beta)^2 - \beta^2}}, \tag{22}$$

Из (22) следует, что ход движущихся часов (в данном случае световых) изменяется пропорционально величине

$$\eta = \frac{1}{c\sqrt{(1-\alpha\beta)^2 - \beta^2}},$$

что соответствует (20). В свою очередь из (21) и (22) получим

$$\gamma = \sqrt{(1-\alpha\beta)^2 - \beta^2},$$

что соответствует (19).

Таким образом, мы видим, что изменение длин, а также временны́х интервалов зависит от параметра α, значение которого определяется соглашением, т.е. величины измерения длин и интервалов времени определяются соглашением.

В связи с этим представляет интерес рассмотрение предложения Эйнштейна [42] по измерению сокращения длин, которое якобы не зависит от синхронизации.

Предложенный опыт заключается в следующем. Рассматриваются два стержня (длина их при $v = 0$ одинакова), движущихся вдоль оси x навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Каждый стержень лежит на оси x. При совпадении переднего конца одного из стержней с задним концом другого на оси x в месте их совпадения делается отметка. Аналогичная отметка делается при совпадении двух других концов стержней. Измеряя расстояние между двумя отметками, получим длину, в $1/\sqrt{1-\beta^2}$ раз меньшую длины стержней в покое, т.е. подтверждение сокращения длин без использования синхронизации.

Однако это не так, поскольку в вышеизложенном эксперименте уже неявно используется определенный вид синхронизации. Действительно, чтобы убедиться в равенстве скорости стержней, движущихся навстречу друг другу, нам необходим ряд часов, по которым измеряются эти скорости. Вид этого ряда будет определяться принятым способом синхронизации. Для одного ряда часов движение стержней будет происходить с одинаковой скоростью, для другого ряда — с разной.

Вышеназванный эффект сокращения длин позволяет, следовательно, проверить вид синхронизации, а именно, если при одинаковых скоростях стержней в опыте две отметки будут лежать на расстоянии $l/\sqrt{1-\beta^2}$, где l — длина стержня при $v = 0$, то, значит, эти скорости измерены по часам, образованных синхронизацией с $\alpha = 0$.

Следует заметить, что произвольность синхронизации не означает произвольность введения релятивистских эффектов, таких, например, как эффект сокращения длин, замедления времени и др. Это видно из того, что и в нерелятивистской механике произвольность синхронизации будет приводить к изменению длины стержня при изменении параметра синхронизации α. Однако если мы зафиксируем значение α (например положим $\alpha = 0$), то в этом случае в нерелятивистской механике сокращение длин будет отсутствовать, в то время как в релятивистской механике будет иметь место вышеназванное сокращение. Следовательно, наличие релятивистских эффектов столь же реально, как было реально их отсутствие в классической механике.

Пусть мы имеем систему отсчета, в которой часы синхронизированы по какому-то правилу. Рассмотрим наблюдателя, движущегося относительно этой системы отсчета. Как ему описывать явления? Можно выбрать два пути. Первый — использовать для описания часы и координаты первой системы отсчета (так часто и делают, используя гелиоцентрическую систему отсчета). Но если наблюдатель непременно хочет описывать события относительно себя, он может пользоваться собственной системой отсчета. Часы в ней целесообразно синхронизировать так, чтобы равномерное движение свободного тела сохранялось, а вид уравнений (если это определяется только синхронизацией) был одинаковым с видом в первой системе отсчета. Так, например, для уравнений классической механики вид уравнений сохраняется в случае, когда преобразования координат являются преобразованиями Галилея. Поэтому использование единой одновременности для всех систем отсчета в случае уравнений классической механики является удобным, а следовательно, и целесообразным[8].

Релятивистская механика изменила вид уравнений. Поскольку это изменение формулируется в виде требования лоренц-инвариантности законов, то, естественно, вид законов не будет меняться в новой системе отсчета, связанной со старым

[8] В образовании одновременности существенную роль играет запись самих законов, а именно синхронизация должна быть такой (это неявно предполагается при введении понятия времени), чтобы имели место эти законы. Для законов классической механики этому требованию, как легко видеть, удовлетворяет синхронизация посредством частицы, ускоренной каждый раз одной и той же упругой силой, например сжатой пружиной. Из законов механики получим, что скорость частицы будет одинаковой во всех направлениях. Синхронизация часов с ее помощью, естественно, не нарушит изотропию скоростей.

При изменении синхронизации вид законов изменится, произойдет нарушение изотропии. Та же пружина будет посылать частицу в зависимости от направления с разной скоростью (по отношению к новому ряду часов). Следовательно, новым законам будет соответствовать новая одновременность.

преобразованием Лоренца. Поэтому с точки зрения удобства необходимо заменить преобразования Галилея преобразованиями Лоренца с другим значением одновременности в движущейся системе отсчета. При этом, конечно, можно пользоваться преобразованиями Галилея (или какими-либо другими преобразованиями)[9]. Преобразования определят способ образования движущейся системы отсчета, а именно способ разметки в ней координатной сетки, а также способ образования "синхронизированного" ряда часов. Вид законов при использовании нелоренцевых преобразований будет меняться при переходе к описанию в новой системе отсчета, однако это не будет приводить к нарушению соответствия протекания процессов в двух лабораториях, так как трансформация всех процессов в новой системе отсчета будет одинаковой и их взаимная связь не изменится, что и является гарантией невозможности обнаружения поступательного движения лаборатории с помощью опытов, поставленных в ней [43].

Обычно трудность понимания СТО состоит не в появлении в ней релятивистских эффектов, а в относительности их. Но они относительны потому, что мы сами (для удобства описания) требовали этого, что привело к связи движущихся систем отсчета преобразованиями Лоренца. Для преобразований Галилея относительности нет; выделенной будет та система отсчета, время которой мы берем в качестве единого времени.

2. Эксперименты первого порядка

Релятивистские эффекты являются эффектами второго порядка относительно β. Наличие этих эффектов обеспечивает невозможность обнаружения поступательного движения опытами, поставленными в движущейся лаборатории. Поскольку в опытах первого порядка ожидаемый эффект пропорционален β в первой степени, то полезно показать, как наличие эффектов второго порядка приводит к компенсации эффектов первого порядка в этих опытах.

а) *Предложение Мёллера* [7, 11]. Если относительно лаборатории перемещается со скоростью $\mathbf{u}$ источник, излучение которого регистрируется в направлении, определяемом единичным вектором n, а сама лаборатория движется относительно эфира со скоростью $\mathbf{v}$, то принимаемая частота в случае отсутствия эффектов замедления времени и сокращения длин будет

$$\nu = \nu_0 \left[1 + \frac{(\mathbf{nu})}{c} + \frac{(\mathbf{nu})^2}{c^2} + \frac{(\mathbf{uv})}{c^2} \right], \tag{23}$$

где ν_0 — собственная частота источника.

Как видно из (23), принимаемая частота зависит как от скорости источника относительно наблюдателя, так и от скорости наблюдателя относительно эфира. Таким образом, изменение скорости наблюдателя относительно эфира будет приводить к изменению принимаемой частоты, что и позволит обнаружить поступательное движение наблюдателя опытами внутри лаборатории.

Один из предложенных экспериментов состоял в следующем. Если на поворотную платформу поместить два молекулярных генератора, пучки молекул (источников излучения) которых направлены навстречу друг другу (рис. 6), и измерить разность частот генераторов в центре платформы, то для частоты биений будем иметь

$$\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 = \nu_0 \left[1 + \frac{(\mathbf{uv})}{c^2} \right] - \nu_0 \left[1 - \frac{(\mathbf{uv})}{c^2} \right] = 2\nu_0 \frac{(\mathbf{uv})}{c^2}, \tag{24}$$

[9] Это относится не только к изменению одновременности, но и к пространственным преобразованиям, поскольку координатную сетку движущейся системы отсчета можно строить любым образом, лишь бы это построение приводило к однозначной связи новых координат со старыми. Например, совсем необязательно в движущейся системе отсчета брать тот же масштаб, а также тот же способ образования координатной сетки.

поскольку для предложенного эксперимента $(\mathbf{nu}) = 0$. Как видно, изменение взаимной ориентации $\mathbf{u}$ и $\mathbf{v}$ будет приводить к изменению $\Delta\nu$. Хотя ожидаемый эффект второго порядка относительно c, по отношению к скорости лаборатории $\mathbf{v}$ он первого порядка. Указанный эксперимент был осуществлен [39, 40] и дал нулевой результат.

Покажем, что наличие релятивистского эффекта второго порядка (в данном случае эффекта замедления времени) скомпенсирует ожидаемый эффект первого порядка в этом опыте. Примем, что есть замедление хода часов при их движении

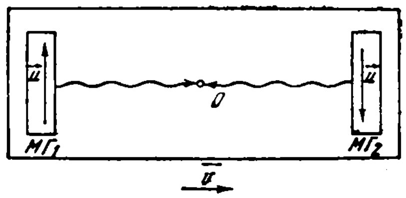

Рис. 6. Сравнение частот двух молекулярных генераторов (предложение Х. Мёллера). $МГ_1, МГ_2$ — молекулярные генераторы, расположенные на поворотной платформе; O — точка сравнения фаз колебаний от двух молекулярных генераторов. В эксперименте сравнивается разность фаз двух колебаний до поворота платформы и после поворота на 180°. $\mathbf{u}$ — скорость движения молекул (источников) в молекулярных генераторах, $\mathbf{v}$ — скорость "эфира".

относительно эфира, т.е. вместо ν_0 в (23) запишем $\nu_0^*\sqrt{1-\frac{(\mathbf{u}+\mathbf{v})^2}{c^2}}$. Здесь $\mathbf{u}+\mathbf{v}$ — скорость источника относительно эфира, ν_0^* — собственная частота источника при $\mathbf{u}+\mathbf{v}=0$. Поскольку эталонные часы наблюдателя в свою очередь замедлили ход в $1/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ раз, то принятая частота возрастает в такое же число раз, т.е.

$$\begin{aligned}\nu &= \frac{\nu_0^*\sqrt{1-\frac{1}{c^2}(\mathbf{u}+\mathbf{v})^2}\left[1+\frac{(\mathbf{uv})}{c^2}\right]}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \simeq \\ &\simeq \nu_0^*\left[1-\frac{(\mathbf{u}+\mathbf{v})^2}{2c^2}+\frac{v^2}{2c^2}+\frac{(\mathbf{uv})}{c^2}\right] = \nu_0^*\left[1-\frac{u^2}{2c^2}\right],\end{aligned}$$

где член $u^2/2c^2$ описывает известный поперечный доплер-эффект. Следовательно, принимаемая частота при наличии эффекта замедления времени не будет зависеть от скорости лаборатории, что и обеспечивает нулевой результат для этого опыта.

Во втором эксперименте [44], основанном на использовании эффекта Мёссбауэра, на противоположных концах быстровращающегося стержня находились источник Co^{57} и поглотитель Fe^{57}. В данном случае движется как источник, так и поглотитель. Можно показать [11], что здесь ожидаемая разность частот источника и приемника (поглотитель) будет определяться выражением (24). Ожидаемое смещение принимаемой частоты должно было привести к изменению поглощения γ-излучения Co^{57} в Fe^{57}. Экспериментально не было обнаружено какого-либо изменения поглощения.

Поскольку второй эксперимент основан на той же формуле, что и первый, нулевой результат его обеспечивается эффектом замедления времени (см. также [40]).

б) *Предложение Страховского* [9, 10, 12]. Предложенный опыт заключается в сравнении времени прохождения световым сигналом некоторого пути по воображаемому направлению движения эфира и против него.

На поворотной платформе (рис. 7) расположены два несинхронизированных молекулярных генератора. Сигнал от источника, расположенного в точке A, попадает в приемник (точка B). Если скорость эфира относительно лаборатории — $\mathbf{v}$, то время, затрачиваемое сигналом на прохождение пути AB, будет

$$t_1 = \frac{l}{c - v},$$

где l — расстояние между источником и приемником.

После поворота платформы (для простоты считаем, что перемещается только источник; приемник неподвижен) источник переместится в точку C. Время, затрачиваемое сигналом на прохождение пути CB, будет

$$t_2 = \frac{l}{c + v}$$

(в первом случае сигнал распространяется против воображаемого движения эфира, во втором — по движению). Разность времен прохождения будет

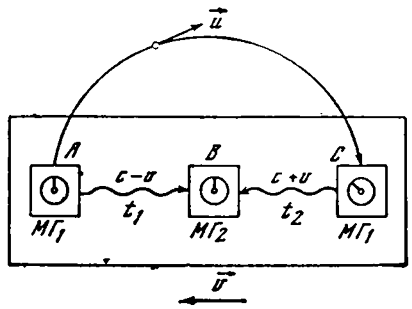

Рис. 7. Опыт по сравнению фаз двух несинхронизированных молекулярных генераторов (предложение Г.М.Страховского)
$M\Gamma_1$, $M\Gamma_2$ — молекулярные генераторы; $M\Gamma_1$ — источник, $M\Gamma_2$ — приемник. Производится сравнение в точке B разности фаз колебаний до перемещения источника (положение A) и после перемещения (положение C). $\mathbf{u}$ — скорость перемещение источника, $\mathbf{v}$ — скорость "эфира".

$$t_1 - t_2 = \frac{2l}{c}\frac{\beta}{1 - \beta^2}.$$

(Здесь время измеряется по часам, синхронизированным при значении $\alpha = 0$ в системе отсчета, связанной с предполагаемым эфиром.) Разность времен прохождения приведет к различной (в первом и во втором случаях) разности фаз между принятым сигналом и собственным колебанием источника, что может быть экспериментально обнаружено.

Разность фаз в первом и во втором случаях (до перемещения и после) обусловлена разностью времен прохождения пути только тогда, когда часы источника при перемещении идут одинаково с часами приемника.

Пусть имеется замедление хода движущихся часов при их движении относительно эфира. Поскольку скорость часов приемника и источника относительно эфира в момент перемещения различна, за время перемещения они пройдут разные отрезки времени. Разность времени будет

$$\begin{aligned}\Delta t &= t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \int\limits_0^t \sqrt{1 - \frac{1}{c^2}(\mathbf{v} + \mathbf{u})^2}\, dt \simeq \\ &\simeq \int\limits_0^t \left[\frac{u^2}{2c^2} + \frac{(\mathbf{vu})}{c^2}\right] dt.\end{aligned}$$

Здесь u — скорость перемещения источника; t — время перемещения по неподвижным относительно эфира часам; $t\sqrt{1-\dfrac{v^2}{v^2}}$ — отрезок времени, пройденный часами приемника при перемещении; $\int\limits_0^t \sqrt{1-\frac{1}{c^2}(\mathbf{v}+\mathbf{u})^2}\,dt$ — отрезок времени, пройденный часами источника при перемещении.

При $u \to 0$ (скорость перемещения мала) имеем

$$\Delta t = \int\limits_0^t \frac{\mathbf{v}\mathbf{u}}{c^2}\,dt = \int\limits_0^t \frac{\mathbf{v}\frac{d\mathbf{r}}{dt}}{c^2}\,dt = \int\limits_0^{2l} \frac{v\,dx}{c^2} = \frac{2l}{c}\beta.$$

Таким образом, источник отстал от приемника на величину $2l\beta/c$. Но это отставание будет скомпенсировано тем, что время прохождения сигналом пути во втором случае на $2l\beta/c$ меньше, чем в первом, т.е. разность фаз между фазой приемника в случае эффекта замедления времени при повороте платформы не будет меняться.

Вышеприведенные расчеты не иллюстрируют полную компенсацию по скорости $\mathbf{v}$ (скорость относительно "эфира") в членах более высокого порядка, чем β. Это обусловлено тем, что мы пользовались приближенными выражениями (например, (23) правильно с точностью до β^3), а также тем, что, помимо эффекта замедления времени, мы не учитывали другие эффекты второго порядка, например лоренцево сокращение длин. Наличие такого сокращения приводит к тому, что линейная скорость точек вращающегося и совершающего поступательное движение диска не равна сумме $\mathbf{v}+\mathbf{u}$, как это предполагалось выше.

Указанными опытами фактически исчерпываются все правильно предложенные опыты первого порядка. В обзоре [12] даны список ошибочных предложений, а также ссылка на их разбор [45].

Резюмируем сказанное. Все предложенные опыты первого порядка дают нулевой результат при допущении замедления хода движущихся часов. Вместе с тем эти опыты нельзя рассматривать в качестве подтверждающих указанное замедление. Последнее обстоятельство связано не с тем, что существуют какие-либо альтернативные гипотезы, а с тем, что мы не в состоянии указать значение β, для которого подтверждено соотношение $\tau = \tau_0\sqrt{1-\beta^2}$. Это обусловлено фиктивностью понятия "скорость относительно эфира". Если же результат этих опытов рассматривать с точки зрения наблюдателя, движущегося относительно Земли, то нулевой результат их подтверждал бы замедление времени (для β, определяемого скоростью его относительно Земли) только в том случае, если бы в его системе неподвижная установка также давала нулевой результат. Однако для наблюдателя на Земле такая установка будет уже движущейся, т.е. для фиксирования β в этих опытах необходима постановка дополнительных опытов с движением установки относительно Земли. Вследствие хорошего подтверждения эффекта замедления времени для разных значений β постановка таких дополнительных опытов, по-видимому, нецелесообразна.

ЛИТЕРАТУРА

1. *П.Г.Бергман.* Введение в теорию относительности. М., ИЛ, *1960.*
2. *Д.Бом.* Специальная теория относительности. М., "Мир", *1967.*
3. *С.И.Вавилов.* Экспериментальные основания теории относительности. — Собрание сочинений, т. 4. М., Изд-во АН СССР, *1956.*
4. *М.-А.Тоннела.* Основы электромагнетизма и теории относительности. М., ИЛ, 1962.
5. *В.Пановский, М.Филипс.* Классическая электродинамика. М., Физматгиз, *1963.*

6. *В.Новаку.* Введение в электродинамику. М., ИЛ, *1963.*
7. *C.Møller.* Suppl. Nuovo cimento. *1957,* **6**, 381.
8. *M.Ruderjur.* Proc. IRE. *1962.* **50** (3), pt. 1, 325.
9. *Г.М.Страховский.* Доклад на Ломоносовских чтениях в МГУ, *1958.*
10. *Н.Г.Басов, О.Н.Крохин, А.Н.Ораевский, Г.М.Страховский, Б.М.Чихачев.* УФН. *1961.* **75**, 3.
11. *C.Møller.* Proc. Roy. Soc., *1962.* **A270**, 306.
12. *Г.М.Страховский, А.В.Успенский.* УФН. *1965,* **86**, 421.
13. *M.Ruderjur.* Phys. Rev. Letters, *1960,* **5**, 191.
14. *E.M.Kelly.* Science, *1964,* **144**. (№3625), 1450.
15. *A.Einstein.* Ann.Phys., *1905.* **17**, 891.
16. *В.А.Фок.* Теория пространства, времени и тяготения. М., Физматгиз, *1961.*
17. *E.Cartan.* La théorie des groupes finis et continus et la gómetrie différentielle traites par la methode du repere mobile. Paris. *1937.*
18. *Г.А.Зайцев.* О связи теории относительности с теорией групп. Дополнение к книге М.-А.Тоннела "Основы электромагнетизма и теории относительности". М., Ил. *1962,* стр. 447.
19. *Г.А.Зайцев.* Сборник рецензий "Новые книги за рубежом". М., ИЛ, *1960,* Серия Ф, №4, 32.
20. *И.М.Яглом.* Принцип относительности Галилея и неевклидова геометрия. М., "Наука", *1969.*
21. *Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц.* Теория поля. М. — Л., "Наука", *1960.*
22. *P.C.Champion.* Proc. Roy. Soc., *1963,* **A136**, 630.
23. *N.M.Smith.* Phys. Rev., *1939,* **56**, 548
24. *P.A.Ross, P.Kirpatrick.* Phys. Rev., *1934,* **46** (8), 668.
25. *Д.И.Блохинцев.* УФН, *1966,* **89**, 185.
26. *M.Nacken.* Ann. Phys., *1935,* **25**, 313.
27. *В.П.Зрелов, А.А.Тяпкин, П.С.Фараго.* ЖЭТФ, *1958,* **34**, 555.
28. *У.И.Франкфурт, А.М.Френк.* Оптика движущихся тел. М., "Наука", *1972.*
29. *T.S.Jaseja, A.Jaxan, J.Murray, C.H.Townes.* Phys. Rev., *1964,* **133** (5A), 1221.
30. *F.F.Michelson, H.G.Gale.* Astron. J., *1925,* **61**, 140.
31. *D.Sadeh.* Phys. Rev. Letters. *1963.* **10**, 271.
32. *T.Albager, F.I.M.Farley, I.Kleinman, I.Wallin.* Phys. Letters, *1963,* **12**, 260.
33. *W.De-Sitter.* Phys. Z., *1913.* **14**, 429, 1267.
34. *А.М.Бонч-Бруевич, В.А.Молчанов.* Оптика и спектроскопия, *1956,* **1**, 113.
35. *M.P.Robertson.* Rev. Mod. Phys., *1949,* **21**, 378.
36. *Rossi, Hall.* Phys. Rev., *1941,* **58**, 233.
37. *H.I.Mandelberg, L.Witten.* JOSA, *1962,* **52**, 529.
38. *W.Kündig.* Phys. Rev., *1963,* **129**, 2371.
39. *J.P.Cederholm, G.F.Bland, W.W.Howens, C.H.Townes.* Phys. Rev. Letters. *1958,* **1**, 342.
40. *J.P.Cederholm, C.H.Townes.* Nature, *1950,* **184**, 1350.
41. *A.Einstein.* Über die Spezielle und allgemeine Relativitättheoris. Braunschweig, Verlag von Friedr. Sohn, *1920.*
    Русск. перев.: *А.Эйнштейн.* Собрание научных трудов, т. 1, М., "Наука", *1965,* стр. 542.
42. *A.Einstein.* Phys. Z.,, *1911,* **12**, 509
    Русск. перев.: *А.Эйнштейн.* Собрание научных трудов, т. 1, М., "Наука", *1965,* стр. 187.
43. *А.А.Тяпкин.* УФН. *1972,* **106**, 617.
44. *D.C.Champaney, P.B.Moon.* Proc. Phys. Soc., *1961,* **A77**, №494, 350.
    Русск. перев.: Эффект Мёссбауэра. М., ИЛ. *1962.* стр. 438
45. *P.F.Smith.* Proc. IRE, *1962,* **60**, 1999.