

**СТРУКТУРА ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ**

**ПОИСК ПСЕВДО-СКАЛЯРНОГО КРУЧЕНИЯ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСПЕРСИИ МИКРОВОЛНОВОГО  
ИЗЛУЧЕНИЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

*C. Вольф**North Adams State College, North Adams, MA, USA*

Взаимодействие электромагнетизма с псевдоскалярным потенциалом кручения позволяет, в принципе, обнаружить космологическое кручение с помощью микроволновой спектроскопии высокого разрешения.

**Содержание**

1. Введение .....	65
2. Спектральное расщепление микроволнового излучения в магнитном поле, вызванное кручением .....	66
3. Заключение .....	69
Благодарности .....	70
Литература .....	70

**1. Введение**

Идея Эйнштейна о том, что гравитация может быть вставлена в геометрию пространства-времени, положила начало расцвету Римановой геометрии и стимулировала исследования более общих геометрических структур, включающих кручение, неметризуемость [2, 3, 4] также как и метрического аффинного пространства-времени [5].

В первую очередь исследование кручения в геометрии пространства-времени вызвано желанием включить спин в структуру пространства-времени, в формулировку калибровочной теории гравитации и, наконец, попыткой объединить электромагнетизм и гравитацию в единой геометрической системе [6]. Показано [7, 8], что эффекты спина-кручения позволяют исключить космологические сингулярности, а также избежать неограниченного коллапса пылевой сферы. Гасперини [9] и Демианский и др. [10] показали, что, в духе инфляционной космологии, инфляция возникает в теориях, включающих кручение, и в действительности оно может служить "катализатором" степенного спектра [9].

Космологические решения с кручением неоднократно обсуждались в литературе [11, 12, 13, 14], причем отмечалось, что линейный элемент Робертсона-Уолкера с кручением нарушает однородность пространства-времени, т. к. различает точки в

пространстве. Отталкиваясь от этого наблюдения, Корчинский [12] обсуждает анизотропную модель типа Бианки с кручением, которая также предполагает возможную анизотропию ранней Вселенной, изотропизирующуюся впоследствии действием сдвиговой и объемной вязкости [15, 16]. В работе [17] мы приводим исследование решений с кручением, использующих элемент Робертсона-Уолкера и с различными источниками. Все эти решения демонстрируют затухающие эффекты кручения в эволюции ранней Вселенной, которые могут, в принципе, разрешить некоторые проблемы инфляционной космологии, в том смысле, что они обеспечивают достаточное для полного перехода в чистый вакуум затухание и решают проблему выхода без привлечения дополнительных скалярных полей и обратных поворотов, используемых в расширенной инфляции [18, 19]. Обращаясь к электромагнетизму, отметим, что существуют два способа введения кручения и его взаимодействия с электромагнетизмом (ЭМ). Первоначально, для минимального взаимодействия Ни [20] ввел потенциал кручения, который генерирует ЭМ взаимодействие с нарушением принципа эквивалентности. Гасперини и др. [21] рассматривали полуминимальное взаимодействие, сохраняющее первоначальную форму калибровочной инвариантности и согласующееся с принципом эквивалентности. Представляет интерес работа Гарсии де Андрале [22], который ввел кручение и его некалибровочное взаимодействие с ЭМ, приводящее к ненулевой массе покоя фотона, находящейся в согласии с ее экспериментальными ограничениями. В другой работе Гасперини и др. [23] показано, что кручение может вызывать поворот плоскости поляризации излучения космологических источников, и что этот эффект может быть использован для проверки теории. Стоегер [24] оценивает смещение спектральной линии водорода и эффект поляризации пучка частиц со спином типа Штерна-Герлаха, а также прецессию спиново-поляризованного гироскопа, вызванные кручением, однако его расчеты дают слишком малые для экспериментального обнаружения величины. Следуя работам Гасперини и др., мы обсуждали эффекты частотной дисперсии плоско-поляризованных электромагнитных волн во внешнем магнитном поле, вызванных кручением [25]. Развивая эти идеи в настоящей статье, мы рассматриваем спектральное расщепление неполяризованного излучения в магнитных полях и возможность обнаружения этого эффекта при наблюдении космологических источников с высоким спектральным разрешением. Обнаружение такого расщепления могло бы открыть возможность для развития обобщенной теории гравитации, включающей несимметричные связи.

## 2. Спектральное расщепление микроволнового излучения в магнитном поле, вызванное кручением

Рассматривается полуминимальное взаимодействие, согласующееся с принципом эквивалентности [21]. Сначала мы вводим традиционную форму электромагнитной калибровочной инвариантности, со связью, определяемой метрикой и кручением следующим образом:

$$\tau^\mu_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \mu \\ \alpha\beta \end{pmatrix} + \frac{1}{2} [T^\mu_{\alpha\beta} + T_{\alpha\beta}^\mu - T_\beta^\mu \alpha], \quad (2.1)$$

где  $\tau^\mu_{\alpha\beta}$  — несимметричная связь,  $\begin{pmatrix} \mu \\ \alpha\beta \end{pmatrix}$  — Символы Кристоффеля,  $T^\mu_{\alpha\beta} = \tau^\mu_{\alpha\beta} - \tau^\mu_{\beta\alpha}$  — тензор кручения. Кручение связано с псевдоскалярным потенциалом как:

$$\partial_\mu \Phi = -\frac{\sqrt{-g}}{3!} \epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} T^{\alpha\beta\gamma}. \quad (2.2)$$

Для общего лагранжиана гравитации и электромагнетизма имеем:

$$I = \frac{c^4}{16\pi G} \int \left( R + \frac{3}{2} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi \right) \sqrt{-g} d^4x - \frac{1}{16\pi} \int F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x - \frac{\alpha}{16\pi} \int \left( \frac{\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} A_\mu F_{\nu\alpha} \partial_\beta \Phi}{\sqrt{-g}} \right) \sqrt{-g} d^4x. \quad (2.3)$$

Первый член в (2.3) получается подстановкой полной несимметричной связи в скаляр кривизны с использованием (2.2) и (2.1). Третий член следует из расчета вакуумной поляризации, где взаимодействие спина и кручения возникает из взаимодействия аксиально-векторной части тензора кручения и виртуальных фермионных пар, порождаемых фотонами [21]. При варьировании (2.3) по  $A_\mu$  и  $\Phi$  получаем:

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu} (\sqrt{-g} F^{\mu\nu}) = \frac{1}{2} \alpha \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\nu\alpha} \partial_\beta \Phi, \quad (2.4)$$

$$\square \Phi = \frac{G \alpha \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}{6c^4 \sqrt{-g}}. \quad (2.5)$$

Здесь  $F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} - \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu}$ ,  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры,  $\epsilon^{4123} = 1$  и  $-1$  для любых нечетных перестановок 4123. Теперь рассмотрим распространение электромагнитной волны произвольной поляризации в направлении  $x$ . Также, в качестве фона, рассмотрим постоянное магнитное поле  $B_{0y}$ ,  $B_{0z}$  компоненты тензора поля  $F_{24} = E_y$ ,  $F_{34} = E_z$ ,  $F_{12} = B_{0z} + B_z$ ,  $F_{13} = -B_{0y} - B_y$ . Здесь  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $B_y$ ,  $B_z$  флукутирующие поля волны на фоне постоянных  $B_{0y}$  и  $B_{0z}$ .

Сохраним лишь линейные члены в переменных полях. Выписывая компоненты (2.4) и (2.5), получаем

$$-\frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{\alpha}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} (-B_{0y} - B_y), \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} = -\frac{\alpha}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} B_{0z}, \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -\frac{8G\alpha}{6c^4} (E_y B_{0y} + E_z B_{0z}). \quad (2.8)$$

Дифференцируя (2.6) и (2.7) по  $t$  и затем используя

$$\nabla_x \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

(существование потенциала) или  $\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t}$  после дифференцирования по  $x$ , получаем

$$c \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = -\frac{\alpha}{c} B_{0y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad (2.9)$$

$$c \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = -\frac{\alpha}{c} B_{0z} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad (2.10)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -\frac{8G\alpha}{6c^4} (E_y B_{0y} + E_z B_{0z}). \quad (2.11)$$

Теперь подставляем в (2.9), (2.10), (2.11) решения в виде плоской волны:

$$E_y = \bar{E}_y e^{i(kx - \omega t)}, \\ E_z = \bar{E}_z e^{i(kx - \omega t)}, \\ \Phi = \bar{\Phi} e^{i(kx - \omega t)} \quad (2.12)$$

и получаем

$$\bar{E}_y \left( -k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \right) + \bar{\Phi} \left( -\frac{\alpha\omega^2}{c^2} B_{0y} \right) = 0, \quad (2.13)$$

$$\bar{E}_z \left( -k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \right) + \bar{\Phi} \left( -\frac{\alpha\omega^2}{c^2} B_{0z} \right) = 0, \quad (2.14)$$

$$\bar{E}_y \left( \frac{4G\alpha B_{0y}}{3c^4} \right) + \bar{E}_z \left( \frac{4G\alpha B_{0z}}{3c^4} \right) + \bar{\Phi} \left( -\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \right) = 0. \quad (2.15)$$

Для существования нетривиальных решений (2.13), (2.14), (2.15) необходимо:

$$\text{Det} \begin{vmatrix} -k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}, & 0, & -\frac{\alpha}{c^2} \omega^2 B_{-0y} \\ 0, & -k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}, & -\frac{\alpha}{c^2} \omega^2 B_{-0z} \\ \frac{4G\alpha}{3c^4} B_{0y}, & \frac{4G\alpha}{3c^4} B_{0z}, & -\frac{\omega^2}{c^2} + k^2 \end{vmatrix} = 0, \quad (2.16)$$

что дает

$$\omega_0^2 = k^2 c^2, \quad (2.17)$$

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{2k^2 c^2 + \bar{K} \pm \sqrt{\bar{K}^2 + 4k^2 c^2 \bar{K}}}{2}, \quad \left( \bar{K} = \frac{4G\alpha^2}{3c^2} (B_{0y}^2 + B_{0z}^2) \right), \quad (2.18)$$

где  $k^2 c^2 \gg \bar{K}$  для микроволнового излучения т. к.  $k \cong 1 \text{ см}^{-1}$ ,  $\alpha = 1/137$ ,  $c = 3 \times 10^{10} \text{ см/сек}$ ,  $G_N = 6.7 \times 10^{-8} \text{ Г.Г.С.}$  (нормальная гравитация),  $B_{0z}^2 + B_{0y}^2 \leq 10^{24} \text{ гаусс}^2$ . Для нормальной гравитации

$$\bar{K} \cong 44 \times 10^{-10} \text{ Г.Г.С.}, \quad (2.19)$$

для сильного гравитационного поля [26]

$$G_S = 6.7 \times 10^{32}, \quad B_{0z}^2 + B_{0y}^2 \leq 10^{-16} \text{ гаусс}^2,$$

$$\bar{K} = 44 \times 10^{-10} \text{ Г.Г.С.}$$

В обоих случаях, уравнения (2.17) и (2.18) дают

$$\omega_0^2 = k^2 c^2, \quad (2.20)$$

$$\omega_{\pm}^2 \cong k^2 c^2 \pm kc\bar{K}^{-1/2} \pm \frac{1}{8} \frac{\bar{K}^{3/2}}{kc} + \frac{\bar{K}}{2} \quad (2.21)$$

с фазовой скоростью

$$V_0 = \frac{\omega}{k} = c, \quad (2.22)$$

$$V_{\pm} = \frac{\omega_{\pm}}{k} = c \sqrt{1 \pm \frac{\bar{K}^{1/2}}{kc} \pm \frac{1}{8} \frac{\bar{K}^{3/2}}{k^3 c^3} \pm \frac{\bar{K}}{2k^2 c^2}} \quad (2.23)$$

снова для микроволнового излучения

$$V_0 = c, \quad (2.24)$$

$$V_{\pm} \cong c \left( 1 \pm \frac{\bar{K}}{2kc} \right), \quad (2.25)$$

(Заметим, что ошибка в  $c$  одинаково влияет на все три скорости). Оценим временную задержку, связанную с вышеполученными тремя фазовыми скоростями на

масштабе длины  $L_0$  в магнитном поле  $B_0 \approx 10^{12}$  гаусс для нормальной гравитации или для  $B_0 = 10^{-8}$  в случае сильного поля.

$$\begin{aligned} t_0 &= \frac{L_0}{c}, \\ t_{\pm} &= \frac{L_0}{c(1 \pm \bar{K}^{1/2}/2kc)}, \\ t_- - t_0 &\cong \frac{L_0}{c} \left( \frac{1}{1 - \bar{K}^{1/2}/2kc} - 1 \right) \cong \frac{L_0(\bar{K})^{1/2}}{2kc^2}, \\ t_0 - t_+ &\cong \frac{L_0}{c} \left( 1 - \frac{1}{1 + \bar{K}^{1/2}/2kc} \right) \cong \frac{L_0(\bar{K})^{1/2}}{2kc^2}. \end{aligned}$$

Используя величину расчитанную в (2.19), получаем для задержки между импульсами  $10^{-6}$  сек

$$10^{-6} \approx \frac{L_0 \times 6.7 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{21}}, \quad L_0 \approx 3 \times 10^{19} \text{ см} \quad (2.26)$$

для нормальной гравитации ( $B_{0z}^2 + B_{0y}^2 \approx 10^{24}$  гаусс $^2$ ) или для сильной ( $B_{0z}^2 + B_{0y}^2 \approx 10^{-16}$  гаусс $^2$ ).

Из (2.26) видно, что если существуют районы Вселенной, находящиеся в "фазе" сильной гравитации ( $G \approx 6.7 \times 10^{32}$  G.G.S.) и с магнитными полями  $|B| \approx 10^{-8}$  гаусс, то вполне наблюдаемая задержка порядка  $10^{-6}$  сек может быть обнаружена между повторяющимися импульсами излучения. Размер подобного района должен быть порядка  $3 \times 10^{19}$  см. Для слабых гравитаций наличие космологических магнитных полей порядка  $10^{12}$  гаусс крайне маловероятно и нужно обращаться к другим экспериментам. Если излучение захвачено между двумя областями в подобной вселенной, эти области могут служить "космологическими полостями", и при наличии сильного магнитного поля в этом районе задержка в ( $\Delta t \approx 10^{-6}$  сек) может быть сгенерирована. При немного другой постановке задачи [23] мы расчитали временную задержку, вызванную скалярно-псевдоскалярным электромагнитным распространением в магнитном поле и указали, что при внимательном исследовании спектров далеких источников она может быть обнаружена. Другая возможность — рассмотрение излучения, захваченного в "гало" нейтронной звезды при ( $B \approx 10^{12}$  гаусс). Если нейтронная звезда быстро сожмется, могут возникнуть условия для наблюдения взаимодействия кручения и ЭМ.

### 3. Заключение

Вышеприведенный анализ предлагает экспериментальную проверку взаимодействия кручения и ЭМ путем наблюдения временной задержки в микроволновом излучении от космологических объектов. Линия 21 см сверхтонкой структуры основного состояния водорода является наилучшим кандидатом для этой цели. В качестве детектора может использоваться трехпучковый мазер, возбуждаемый 3 сигналами при наличии достаточно мощного источника. Интервалы между пучками служат мерой временной задержки между импульсами, возбуждаемыми ЭМ-кручением. Как отмечалось выше, если существует состояние Вселенной с сильной гравитацией, то это, в принципе, позволит обнаружить эти сигналы. Существует мотивация в пользу сильной гравитации [29], связанная с представлением об адроне как о "сильной черной дыре", топологически отличной от окружающего пространства с соответствующей планковской длиной  $(\hbar G_s/c^3)^{1/2} = 10^{-13}$  см при  $G_s \cong 6.7 \times 10^{32}$  G.G.S. Очень может быть, что существуют области космологических масштабов, находящиеся в подобном состоянии сильной гравитации.

В [24] Стогер обсуждает влияние сильной гравитации на возможное обнаружение кручения в лабораторных и астрофизических наблюдениях. Недавно С.М. Карролл и Г.Б. Филд [30] обсуждали следствия распространения кручения в связанных динамических теориях гравитации, записывая феноменологический лагранжиан для вектора кручения и выбирая только скалярную моду распространения из 4-вектора кручения с взаимодействием между кручением и спинорной материей из лагранжиана Дирака, записанного в пространстве описываемом теорией гравитации Пуанкаре [31]. Они показали, что результирующий лагранжиан подменяет хорошо известный лагранжиан псевдоскалярного поля, взаимодействующего с электромагнитным полем через квантовый аномальный фермионный ток. Достоинство работы Карролла и Филда заключается в том, что кручение может быть предметом экспериментального поиска в физике высоких энергий через его взаимодействие с электромагнетизмом и фермионами. Предел, установленный в этой статье, предполагает, что кручение, если оно присутствует, связано с массивным псевдоскаляром (порядка планковской массы). Т. к. форма лагранжиана в статье Карролла и Филда [30] идентична лагранжиану взаимодействия аксионов и ЭМ, мы могли бы рассматривать этот вариант кручения в резонансных экспериментах, обсуждаемых в литературе [32]. Хочется надеяться, что научное сообщество экспериментаторов предложит как лабораторные так и астрофизические методы для ответа на вопрос, какова в действительности геометрия пространства-времени.

### Благодарности

Я хочу поблагодарить физические факультеты Гарвардского университета и Виллиамс коллежа за предоставленные возможности и проф. Р.М. Сантилли за поддержку моего пребывания на Конференции в Монтеролуни, положившей начало этой работе.

### ЛИТЕРАТУРА

1. A. Einstein, *The Meaning of Relativity* (Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 1955).
2. F.W. Hehl, P von der Heyde, G.D. Kerlick and J.M. Nester, Rev. Mod. Phys. 48, 393 (1976).
3. A. Trautman, On the Structure of Einstein-Cartan Equations, "Differential Geometry", Symposia Mathematica, Vol. 12 (Academic Press, London 1973), p. 137.
4. P. Baekler and E.W. Mielke, Fortschr Phys. 36, 549 (1985).
5. F.W. Hehl, J.D. McCrea, E.W. Mielke and Y. Neéman, Found. Phys. 19, 1075 (1985).
6. C.M. Will, *Theory and Experiment in Gravitational Physics* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1981), p.87
7. A. Trautman, Nature of Phys. Sci. 242, 7 (1978).
8. S. Benerjee, Gen. Relativity and Grav. 9, 783 (1978).
9. M. Gasperini, Phys. Rev. Lett. 56, 2873 (1986).
10. M. Demianski, C. DeRetis, G. Platinia, P. Scudellaro and C. Stornaiolo, Phys. Lett. A116, 13, (1986).
11. W. Kopczynski, Phys. Lett. 39A, 219 (1972).
12. W. Kopczynski, Phys. Lett. 43A, 63 (1973).
13. J. Tafel, Phys. Lett. 45A, 341 (1973).
14. R. Jha, E.A. Lord and Sinha, Gen. Rel. and Grav. 20, 565 (1988).
15. A. Benerjee, S.B. Duttachoudhury and A.K. Sanayl, Gen. Rel. and Grav. 18, 461 (1986).
16. G.L. Murphy, Phys Rev. D48, 4231 (1973).
17. C. Wolf, to appear in Gen. Rel. and Grav. (1995).
18. P.J. Steinhardt and Turner, Phys Rev. D29, 2162 (1984).
19. E.W. Kolb, D.S. Salopeck and M.S. Turner, Phys. Rev. D42, 3925 (1990).
20. W.T. Ni, Phys Rev. D19, 2260 (1979).
21. V. Di Sabbata and M. Gasperini, Phys. Lett. A11, 300 (1980).
22. I.C. Garcia de Andrade, Gen. Rel. and Grav. 22, 883 (1979).

23. *V. Di Sabbata and M. Gasperini*, Letter Al Nuovo Cimento, 28 (No. 5), 181 (1980).
24. *W.R. Stoeger*, Gen. Rel. & Grav. 17, 981 (1985).
25. *C. Wolf*, Il Nuovo Cimento 91B, 231 (1986).
26. *C. Isham, A. Salam and Strathdie*, Phys. Rev. D3, 867 (1971).
27. *V. Di Sabbata and M. Gasperini*, Gen. Rev. and Grav. 10, 73 (1994).
28. *C. Wolf*, Phys. Lett. A145, 413 (1990).
29. *C. Isham*, Strong Gravity, In Lectures from Coral Gables Conf. on Fundamental Interaction, Jan. 1971 (Gordon & Breach, NY) Vol. 1, pp. 95.
30. *M.S. Carroll and G.B. Field*, Phys. Rev. D50, 3867 (1994).
31. *F.W.B. Kibble*, J. Math. Phys. 2, 212 (1961).
32. *L. Cooper and G.E. Stedman*, Phys. Lett. B357, 464 (1995).