ГРАВИТАЦИЯ Том 3 Выпуск 1 1997
Журнал по дискуссионным проблемам гравитационной физики .... стр. 55–75

<u>*ПРОБЛЕМНЫЕ ВОПРОСЫ СТО*</u>

ОБОБЩЕННЫЕ ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ И НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА В СТО И ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

А. В. Генк

Научно-образовательное объединение "Земля и Вселенная", С.-Петербург, Россия

В работе дается последовательное ковариантное построение СТО, допускающее произвольные системы отсчета (СО) в плоском пространстве-времени Минковского, в т.ч. неинерциальные (ускоренные). Обсуждаются т.н. обобщенные инерциальные СО, связанные с галилеевой СО произвольным линейным преобразованием; обобщенные инерциальные и неинерциальные группы Лоренца и Пуанкаре; обобщение принципа относительности на неинерциальные СО. В качестве примера подробно рассматривается релятивистски равноускоренное движение и знаменитый "парадокс часов". Показывается, что ковариантный подход дает однозначное и ясное разрешение этого "парадокса" и с необходимостью приводит к важнейшему физическому выводу — об отсутствии абсолютной физической эквивалентности (тождественности) инерциальных СО, связанных с реальными движущимися телами, ранее подвергавшимися ускорению в исходной инерциальной галилеевой СО. Собственное время в таких СО течет медленнее, чем в галилеевой, т.е. эффект замедления времени абсолютен, а не относителен. Предлагается для экспериментальной проверки абсолютности замедления времени использовать наблюдения пульсаров.

Содержание

1. Введение

Современное понимание и изложение основ СТО [5, 6, 8] базируется на развитии фундаментальных идей Пуанкаре [1, 2] и Минковского [3], освобожденных от последующих искажений, содержащихся в большинстве учебников и монографий [см., например, 9–13]. Подход к СТО, предложенный Пуанкаре и Минковским независимо от Эйнштейна, в целом более общий и современный, чем подход, развитый Эйнштейном [4]. К сожалению, в течение многих лет идеям Пуанкаре и Минковского не уделялось должного внимания. Фактически монография Логунова [5] — первая в мировой лит-ре, где эти идеи проводятся и развиваются предельно ясно и последовательно[1]. В нашей работе [6] изложение ряда вопросов по сравнению с [5] несколько упрощено (она доступна и для менее подготовленного читателя), хотя и содержит ряд новых положених, развивающих [5]. Некоторые аспекты ковариантного подхода к СТО рассмотрены в [7] (они кратко изложены в [15]), а также в 1-ом томе монографии [8]. Исходные идеи ковариантной формулировки СТО содержатся и в монографии Фока [11], но они не получают там сколько-нибудь последовательного развития (а иногда даже противоречат другим утверждениям в [11] — например о невозможности рассмотрения ускоренных движений в рамках СТО).

Сущность специальной теории относительности (СТО), согласно этому подходу может быть выражена очень просто (это основной, исходный постулат теории): *"Все физические процессы протекают в едином четырехмерном пространстве-времени Минковского, геометрия которого псевдоевклидова"*. Это значит, что во всем пространстве существует система отсчета (СО), называемая инерциальной (галилеевой), в которой интервал между событиями этого пространства-времени записывается в виде:

$$ds^2 = c^2 dT^2 - dX^2 - dY^2 - dZ^2, \tag{1}$$

форминвариатном относительно преобразований Лоренца. Такой подход совершенно не использует обычно детально обсуждаемой [9–13] процедуры синхронизации часов, понятия одновременности, принципа постоянства скорости света и т.д. ввиду их неоднозначности и неприменимости в общем случае.

Однако представление о псевдоевклидовой геометрии единого пространства-времени является гораздо более общим и фундаментальным, чем просто запись интервала в виде (1). Оно позволяет охватить с единой "ковариантной" точки зрения как инерциальные галилеевы , так и т.н. обобщенные инерциальные СО (п. 3, 4), а также и неинерциальные (ускоренные) СО (п. 5), дать однозначное и ясное разрешение "парадокса часов" (п. 7) и выяснить роль неинерциальных движений в вопросе эквивалентности инерциальных СО (п. 8).

Тем самым резко расширяется область применения (а с ней и глубина понимания) СТО по сравнению с обычно декларируемой областью сугубо инерциальных СО, связанных преобразованиями Лоренца [9–13]. По нашему мнению, ковариантное понимание СТО, излагаемое ниже, весьма актуально именно сейчас, когда все большее внимание привлекают различные варианты теории гравитации в плоском пространстве-времени или биметрические теории [16, 17]. Трудно рассчитывать на их понимание и признание, если даже без гравитационного поля нет ясного понимания сути СТО!

2. Ковариантная формулировка СТО

Единство пространства и времени и их псевдоевклидова геометрия, открытые Пуанкаре и Минковским, отнюдь не предполагает постулирования интервала только в виде (1), как это очень часто утверждается [9, 10, 12, 13]. Наоборот, интервал

[1] Как справедливо отмечено в [7], "удивительным является фактическое замалчивание в физической лит-ре результатов работы [5]". Настоящая работа, как нам кажется, частично восполнит этот пробел. Наша методика изложения и ряд результатов во многом следуют [5].

между событиями в *любой* допустимой системе отсчета записывается в общем виде $(i, k = 0, 1, 2, 3)$

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k, \qquad (2)$$

где g_{ik} — метрический тензор пространства-времени Минковского в произвольных координатах x^i. Интервал (1) — это лишь *частный* случай интервала (2) в галилеевых инерциальных координатах, в которых метрический тензор имеет простейший диагональный вид во всем пространстве:

$$g_{00} = 1, \quad g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1. \qquad (3)$$

Интервал (2) является инвариантом относительно *любых* допустимых преобразований систем координат (систем отсчета) в 4-пространстве Минковского. В частном случае преобразований Лоренца интервал (1) и метрический тензор(3) остаются форминвариантными, т.е. в “штрихованных” лоренцевых координатах они не меняют своего вида.

Условие допустимости системы отсчета в силу выделенности временной координаты в (1) приводит к требованиям

$$g_{00} > 0; \qquad g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta < 0 \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3). \qquad (4)$$

Кроме того, метрический тензор должен быть непрерывной функцией координат и времени.

Однако, в отличие от теории гравитации (ОТО Эйнштейна или биметрических теорий) пространство-время Минковского *плоское*, т.е. тензор кривизны Римана 4-го ранга тождественно равен нулю ($R_{ikem} \equiv 0$) *в любых* допустимых системах координат (поскольку он равен нулю во всем пространстве в галилеевых координатах (1), связанных с произвольными координатами некоторым преобразованием). В гравитационной теории интервал тоже записывается в виде (2), но кривизна риманова пространства g_{ik} уже отлична от нуля: ($R_{ikem} \neq 0$). Естественно, это свойство пространства Минковского ($R_{ikem} \equiv 0$) сохраняется в т.ч. и в неинерциальных системах отсчета, связанных с галилеевой (1) некоторым нелинейным преобразованием. Итак, неинерциальные (ускоренные) системы отсчета являются вполне допустимыми (при выполнении условий (4)) в рамках СТО[2], в них тензор кривизны тождественно равен нулю, и *никакого отношения* ускоренные системы отсчета СТО к теории гравитации *не имеют* (именно этого до сих пор и не понимают очень многие и весьма квалифицированные авторы!).

“Эквивалентность” сил инерции и гравитации (сыгравшая большую эвристическую роль при построении Эйнштейном ОТО) является лишь приближенной, строго локальной[3]. Эти силы совершенно *различны* по своей природе: первые *могут быть* устранены сразу во всем пространстве переходом к инерциальной системе отсчета ($R_{ikem} \equiv 0$!), вторые же *не могут* быть устранены во всем пространстве

[2] Единственное широко известное издание, где эта нетрадиционная (но очевидная!) мысль была ясно высказана еще до выхода работы [5] — это упоминавшийся курс [8]: “Пока пространство-время плоское, как бы вы ни двигались, СТО справится с задачей!” Тем не менее, в [8] нет последовательного ковариантного построения СТО: обобщенные инерциальные СО (п. 3) и обобщенные группы Лоренца (п. 4, 5) в [8] не вводятся.

[3] Это прекрасно понимал и разъяснил всем В.А. Фок в книге [11]. Поразительно, что при этом, несмотря на ковариантную запись (2), условий (4) и $R_{ikem} = 0$ в [11], Фок тем не менее полностью отрицал (!) допустимость неинерциальных СО в СТО и считал невозможным обобщение принципа относительности на неинерциальные движения (п. 5). Поэтому говорить (как это теперь иногда встречается в лит-ре), что Фок в [11] уже полностью сформулировал ковариантный подход в СТО — значит не понимать ни того, что имел в виду Фок, ни сути ковариантного построения СТО.

никаким переходом в другую систему отсчета ($R_{ikem} \neq 0$!). Поэтому мы всегда можем определить, находимся ли мы в истинном гравитационном поле, или в ускоренной СО пространства Минковского. Для этого достаточно выбрать физический эффект, явным образом зависящий от тензора кривизны (например, эффект девиации геодезических [6, 8]).

Из сказанного уже ясно, что очень часто встречающееся в литературе [9, 10, 12, 13] утверждение о том, что в СТО мы должны использовать *только* преобразования Лоренца и галилееву инерциальную систему отсчета с интервалом (1), и что в этом якобы и есть суть СТО — *принципиально неверно.* Оно столь же нелепо, как и утверждение о том, что на евклидовой плоскости мы должны использовать *только* прямоугольные декартовы координаты и ограничится преобразованием поворотов их осей. Но если абсурдность такого утверждения для обычного пространства очевидна всем, то, когда речь заходит о СТО (а это, как мы видели, есть теория псевдоевклидова пространства-времени), — столь же абсурдное утверждение, как это ни парадоксально, очень многими воспринимается как истина, как неотъемлемое свойство, суть теории относительности.

Группа симметрии (инвариантности) физических законов действительно всегда связана с группой Лоренца-Пуанкаре (это т.н. "обобщенная" группа Лоренца-Пуанкаре — см. пп. 4, 5). Но группа симметрии законов (например уравнений Максвелла) и допустимые преобразования систем координат в пространстве-времени — это совершенно разные понятия (увы, этого тоже многие не понимают). Системы отсчета (системы координат) в СТО априори могут быть *любыми*, в т.ч. неинерциальными (ускоренными), если только они удовлетворяют условиям допустимости (4). Никаких других ограничений на выбор системы координат в СТО вообще говоря нет, как и нет, разумеется, никакой "обязательности" использования преобразований Лоренца (см. также примечания[9],[20]).

В силу произвольности координат в (2) в общем случае они могут и не иметь никакого физического смысла, т.е. они не будут непосредственно связаны ни с расстоянием в 3-х мерном пространстве, ни с течением времени. Такой смысл всегда будет у физически измеримых величин — физического (собственного) времени τ и физического расстояния l [5, 6], вводимых соотношениями[4]

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - dl^2 \equiv c^2 \left(\sqrt{g_{00}} dt + \frac{g_{0\alpha} dx^\alpha}{c\sqrt{g_{00}}} \right)^2 - æ_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \tag{5}$$

где $æ_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} + g_{0\alpha} g_{0\beta}/g_{00}$ — трехмерный метрический тензор. В галилеевых координатах (1) имеем простейшую связь: $d\tau = dT$; $dl^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2$. Заметим, что для покоящихся в данной системе отсчета часов $dx^\alpha = 0$, и мы имеем из (5) следующую простую связь между интервалом, собственным и координатным временем :

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 (\sqrt{g_{00}} dt)^2. \tag{6}$$

Физическая скорость частицы определяется как $V = dl/d\tau$. Отметим, что величина $d\tau$ является полным дифференциалом в инерциальных (в т.ч. обобщенных — п. 3) СО, поэтому в них всегда возможна однозначная синхронизация часов во всем пространстве [5, 6]. В неинерциальных СО $d\tau$ не является полным дифференциалом, и однозначная синхронизация всюду оказывается невозможной [6].

[4] Формулы (5), как и некоторые другие, использующие произвольный метрический тензор (например, выражение для связности Γ^i_{km}) обычно вводятся при изложении ОТО [9], но все эти формулы отнюдь не являются спецификой ОТО, это просто запись в произвольных криволинейных координатах некоторого риманова пространства, в данном случае — плоского псевдоевклидова, где нет никакой гравитации.

3. Обобщенные инерциальные системы отсчета

Перейдем от галилеевых координат $X^i = (X, Y, Z, T)$ с метрикой (1) к некоторым координатам $x^i = (x, y, z, t)$ с помощью произвольного линейного преобразования. С точностью до поворота пространственных осей такое преобразование эквивалентно преобразованию только в плоскости X, T:

$$X = ax + bt; \quad T = qx + pt; \quad Y = y; \quad Z = z. \tag{7}$$

Подставляя (7) в (1), получаем метрику в координатах x^i в виде

$$ds^2 = c^2 g_{00} dt^2 + 2cg_{01} dtdx + g_{11} dx^2 - dy^2 - dz^2, \tag{8}$$

где $g_{00} = p^2 - b^2/c^2$; $g_{01} = c(pq - ab/c^2)$; $g_{11} = c^2q^2 - a^2$. Преобразование (7) описывает поворот осей x, t в плоскости X, T, причем после поворота ось x может быть и не ортогональной оси t, т.е. оси x и t поворачиваются на произвольные, не обязательно равные углы. Метрика (8) и задает *обобщенную инерциальную систему отсчета* СТО. Преобразования Лоренца — частный случай общих линейных преобразований (7), соответствующий выбору $g_{00} = 1$, $g_{01} = 0$, $g_{11} = -1$ в (8). Поэтому метрика (8), в отличие от (1), не является форминвариантной при преобразованиях Лоренца.

Координатная скорость света ($ds = 0$) по оси x $C_x^{(k)} \equiv dx/dt$ в метрике (8) принимает два различных значения [5, 6] $C_1 > 0$ — в положительном направлении оси x, и $C_2 < 0$ — в отрицательном направлении:

$$C_1 = c\frac{-g_{01} - \Delta}{g_{11}}; \qquad C_2 = c\frac{-g_{01} + \Delta}{g_{11}}; \qquad \Delta = \sqrt{g_{01}^2 - g_{00}g_{11}}. \tag{9}$$

Выражая g_{ik} через C_1, C_2 из (9), метрику (8) можно записать также в виде

$$ds^2 = c^2 g_{00}\left[dt^2 - \frac{C_1 + C_2}{C_1C_2}dxdt + \frac{dx^2}{C_1C_2}\right] - dy^2 - dz^2. \tag{10}$$

Галилеева метрика (1) и преобразования Лоренца соответствуют выбору $C_1 = -C_2 = c$. Т.о. в произвольной обобщенной инерциальной системе отсчета (8), (10) постулат Эйнштейна о постоянстве скорости света (координатной!) не выполняется, но тем не менее это обстоятельство никоим образом не сказывается на возможности описания физической реальности в этих системах и не ведет ни к каким противоречиям [5]. Физическая же скорость света $dl/d\tau$ из (5) при $ds^2 = 0$ в метрике (8) равна c и от направления не зависит.

Рассмотрим частный случай преобразования (7) — поворот оси t без изменения ориентации оси x. Это — классическое *преобразование Галилея*:

$$X = x - ut; \qquad T = t, \tag{11}$$

соответствующее выбору параметров преобразования (7) в виде $p = a = 1$; $q = 0$; $b = -u$. Метрика (8) тогда принимает вид:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) c^2\, dt^2 + 2\left(\frac{u}{c}\right) c\, dt\, dx - dx^2 - dy^2 - dz^2, \tag{12}$$

а условие допустимости (4) преобразования (11) дает $u^2 < c^2$. Из (9) находим значения координатной скорости света вдоль и против оси x в этом случае: $C_1 = c + u$;

$C_2 = -(c-u)$. Ни к каким противоречиям условие $C_1 \neq -C_2$ разумеется не ведет [5, 6, 7].

Т.о. часто встречающееся в литературе утверждение [9, 11, 12], что в СТО необходимо отказаться от преобразования Галилея (как и от всех других, кроме Лоренцевых), — просто *неверны* (что мы уже отмечали выше). Этими преобразованиями всегда *можно* пользоваться (см. [5, 6, 10, 21] и особенно [7]) а в некоторых (отнюдь не исключительных!) случаях — даже *нужно* (иначе просто не получить правильное решение — см. п. 7). Другое дело, что эти преобразования не оставляют инвариантными уравнения Максвелла и изменяют выражение галилеевой метрики (1). Поэтому координатные скорости света по оси x в метрике (12) оказываются разными ($C_1 \neq C_2$), хотя физическая скорость света по прежнему равна C во всех направлениях. Можно показать [5], что и все другие физически измеримые величины (как механические, так и электромагнитные) не меняют свой функциональный вид в метрике (8) или (12) по сравнению с (1). Это и значит, что физический класс этих систем отсчета не изменился — они являются инерциальными, все законы физики имеют (в измеримых величинах) тот же вид, что и в случае галилеевой метрики, и никакими опытами внутри такой СО мы не отличим ее от галилеевой. Однако, как мы покажем ниже, *абсолютной* физической эквивалентности (тождественности) систем отсчета (1) и (8), (12) тем не менее нет.

4. Обобщенные инерциальные группы Лоренца и Пуанкаре

Найдем множество преобразований координат, оставляющих метрику (8) обобщенной инерциальной СО *форминвариантной*, следуя [6] (см. также [7]). Тогда все физические величины и уравнения будут иметь в любой из этих СО одинаковую функциональную зависимость, поэтому *никакими* физическими экспериментами мы не сможем определить, в какой именно из данной бесконечной совокупности СО мы находимся (т.е. все они будут тождественны друг другу). Это — расширенная формулировка принципа относительности [5], охватывающая и случай обобщенных инерциальных СО.

Запишем преобразования (7) в плоскости X, T в матричной форме, обозначив здесь $\mathrm{x}^i = (\mathrm{x}, t)$; $X^i = (X, T)$ [6]:

$$x^i = B^i_k X^k; \qquad X^m = (B^{-1})^m_i x^i;$$
$$B^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ q & p \end{pmatrix}; \quad B = \frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} p & -b \\ -q & a \end{pmatrix}; \quad \Delta \equiv ap - bq \neq 0. \tag{13}$$

Перейдем теперь из обобщенной инерциальной СО (8) обратно в галилееву преобразованием $X^m = B^{-1}{}^m_i x^i$. Затем совершим преобразование Лоренца (не меняющее метрику (1)!): $\tilde{X}^i = L^i_m X^m$, где L^i_m — матрица Лоренцевых преобразований $L = \gamma \begin{pmatrix} 1 & V \\ V/c^2 & 1 \end{pmatrix}$. И наконец вновь перейдем к обобщенной СО (8) преобразованием $\hat{x}^n = B^n_i \tilde{X}^i$. Очевидно, что метрика (8) при таком суммарном преобразовании не изменится (т.е. останется форминвариантной), но уже в новых координатах

$$\hat{x}^n = B^n_i \tilde{X}^i = B^n_i L^i_m X^m = \left[B^n_i L^i_m (B^{-1})^m_k\right] x^k \equiv \hat{L}^n_k x^k. \tag{14}$$

Т.о. (14) задает группу преобразований $\hat{L}^n_k$, оставляющих обобщенную инерциальную метрику (8) форминвариантной. Естественно назвать эту группу $\hat{L}^n_k$ группой *обобщенных инерциальных преобразований Лоренца*[5].

Обозначая "новые" координаты как $\hat{x}^n = (x_{\text{н}}, t_{\text{н}})$ и "старые" — как $x^k = (x_{\text{c}}, t_{\text{c}})$, и подставляя (13) в (14), находим явный вид преобразований (14) [6]:

$$\begin{aligned} x_{\text{н}} &= \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}\frac{1}{\Delta}\left\{\left(\Delta + \frac{V}{c}g_{01}\right)x_{\text{c}} + Vg_{00}t_{\text{c}}\right\} \\ t_{\text{н}} &= \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}\frac{1}{\Delta}\left\{-\frac{V}{c^2}g_{11}x_{\text{c}} + \left(\Delta - \frac{V}{c}g_{01}\right)t_{\text{c}}\right\}, \end{aligned} \tag{15}$$

где g_{ik} определены в (8), а $\Delta \equiv ap - bq = \sqrt{g_{01}^2 - g_{00}g_{11}}$. Другие формы представления (15) получены в [5, 6]. Параметром группы (14), (15) является физическая относительная скорость V двух обобщенных инерциальных СО. Обратное к (15) преобразование получается, как это следует из (14)[6], заменой $x_{\text{н}}, t_{\text{н}} \leftrightarrow x_{\text{c}}, t_{\text{c}}$ с одновременной заменой знака скорости $V \to -V$. При $g_{00} = 1$, $g_{01} = 0$, $g_{11} = -1$ (15) совпадает с преобразованием Лоренца, как и должно быть, поскольку при этом (8) совпадает с (1) и $B^i_k = \delta^i_k$.

В частном случае преобразования Галилея с метрикой (12) группа преобразований (15), оставляющих метрику (12) форминвариантной принимает вид

$$\begin{aligned} x_{\text{н}} &= \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}\left\{\left(1 + \frac{uV}{c^2}\right)x_{\text{c}} + \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)Vt_{\text{c}}\right\} \\ t_{\text{н}} &= \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}\frac{1}{\Delta}\left\{\frac{V}{c^2}x_{\text{c}} + \left(1 - \frac{Vu}{c^2}\right)t_{\text{c}}\right\}. \end{aligned} \tag{16}$$

При $u = 0$ (16), естественно, совпадает с преобразованием Лоренца.

В общем случае относительного движения двух обобщенных СО (8) в произвольном направлении группа (14) будет трехпараметрической. Если мы добавим еще в (8) и (14) трехмерные пространственные повороты и преобразования сдвига по координатам и времени, т.е. заменим в (14) группу Лоренца на группу Пуанкаре, то мы получим 10-и параметрическую группу *обобщенных инерциальных преобразований Пуанкаре*, оставляющих метрику типа (8) (уже без выделенной оси x) форминвариантной:

$$\hat{x}^n = \hat{P}^n_k x^k = \left[A^n_i P^i_m (A^{-1})^m_k\right] x^k, \tag{17}$$

где A^n_i — матрица линейных преобразований (4×4), задающих обобщенную инерциальную СО в произвольном случае $x^n = A^n_i X^i$, а $P^i_m \equiv L^i_m x^m + a^i$.

Обобщенные инерциальные группы Лоренца (14) и Пуанкаре (17) оставляют метрику (8) форминвариантной, поэтому они являются группой симметрии (инвариантности) всех физических законов (например, уравнений Максвелла) при их записи в метрике (8). Как видим, эти группы выражаются через классические группы Лоренца (Пуанкаре) и само линейное преобразование (задающее метрику (8)), но не сводятся к ним. Только в единственном случае инерциальных галилеевых СО преобразования обобщенной группы (14), (15) и классической группы Лоренца совпадают.

---

[5] Следует иметь в виду, что (14) задает не одну, а *множество* групп, отличающихся выбором преобразования B^i_k. Но можно считать и что абстрактная группа симметрии (инвариантности) многообразия едина, а различны только ее конкретные координатные выражения (представления).

[6] Обратное к (14) преобразование имеет вид: $x^p \equiv (\hat{L}^{-1})^p_n \hat{x}^n = \left[B^p_q (L^{-1})^q_s (B^{-1})^s_n\right] \hat{x}^n$.

Отметим также, что при относительном движении двух обобщенных инерциальных СО, описываемом преобразованием (15), закон сложения *физических* скоростей частиц $(dl/d\tau)$ имеет тот же привычный лоренцев вид, что и в случае инерциальных галилеевых СО [5, 6] — в соответствии со сказанным в конце п. 3. Но при этом закон сложения *координатных* скоростей (dx/dt), естественно, отличается от лоренцева [5, 6] — в него входят две координатные скорости света C_1, C_2 (9) (при $\mathrm{C}_1 = -\mathrm{C}_2 = c$ оба закона, конечно, совпадают).

5. Обобщенный принцип относительности. Неинерциальные группы Лоренца и Пуанкаре

При ковариантной формулировке СТО на базе метрики единого пространства-времени с плоской псевдоевклидовой геометрией принцип относительности инерциальных движений утрачивает свою фундаментальную роль как одной из основ СТО, и превращается в частное следствие того, что все физические процессы протекают в этом пространстве-времени [5]. Как мы выяснили в п. 4, метрика этого пространства-времени (1) или (8) остается форминвариантной при преобразованиях из группы Лоренца (для метрики (1)) или обобщенной группы (14) (для метрики (8)). Это и обеспечивает эквивалентность инерциальных СО для описания всех физических явлений внутри любой такой СО.

Поскольку геометрия пространства-времени Минковского не изменяется при *любых* допустимых преобразованиях СО и остается плоской псевдоевклидовой, то следовательно, и в *неинерциальных* СО существует группа преобразований координат, оставляющих метрический тензор форминвариантным. Т.о. в псевдоевклидовом пространстве-времени справедлив *обобщенный принцип относительности* (впервые сформулированный в [5]; наша формулировка почти не отличается от [5]):

> *“Какую бы физическую систему отсчета мы ни взяли — инерциальную (в т.ч. обобщенную) или неинерциальную — всегда можно указать бесконечную совокупность других СО, таких, в которых все физические явления протекают одинаково с исходной СО (т.е. абсолютно физически эквивалентных, тождественных исходной) — так, что мы не имеем и не можем иметь никаких экспериментальных возможностей различить опыте в какой именно СО из этой бесконечной совокупности мы находимся”*

Мы назовем эту бесконечную совокупность систем отсчета **“классом эквивалентности”**. Подчеркнем, что любой физический процесс легко позволяет определить, находимся ли мы в инерциальной или в неинерциальной СО. Однако никакой физический эксперимент не может различить в какой именно системе отсчета из одного класса эквивалентности мы находимся.

Отметим также еще одно очень важное обстоятельство [6]. *Абсолютная* физическая эквивалентность (тождественность) имеет место только в пределах *одного класса эквивалентности* СО, т.е. связанных *одной* группой преобразований (например, инерциальных галилеевых СО, связанных группой Лоренца, или обобщенных инерциальных СО (8), связанных одной из обобщенных групп (14) при конкретном выборе B^i_k)[7]. Если группы *разные*, (т.е. различны классы эквивалентности), то

[7] Если принять точку зрения, что группа инвариантности едина (см. примечание 5), то в пределах одного класса эквивалентности мы имеем *одно* конкретное координатное представление этой единой группы.

абсолютной физической эквивалентности (тождественности) таких систем отсчета нет даже если они обе инерциальны. В этом случае принцип относительности инерциальных движений в его обычном понимании (т.е. в смысле неотличимости всех инерциальных СО) *неприменим*. Например, инерциальная галилеева (1) и обобщенная инерциальная (12) СО хотя обе и инерциальны (т.е. все физические законы, выраженные через физические измеримые величины имеют одинаковый вид), но тем не менее не тождественны друг другу, и это имеет принципиально важное значение (см. ниже п. 7). Об относительности инерциальных движений вообще можно говорить только в смысле одинаковости формы законов во всех инерциальных СО, но не в смысле их неотличимости, тождественности.

Выпишем теперь общее выражение для преобразований, оставляющих форминвариантной метрику произвольной неинерциальной системы отсчета. Оно получается аналогично выводу в инерциальном случае (п. 4), с тем только отличием, что вместо линейного преобразования (13) в неинерциальном случае мы будем иметь некоторое *нелинейное* преобразование координат

$$x^i = f^i(X^k); \qquad X^m = (f^{-1})^m(x^i), \tag{18}$$

где $(f^{-1})^m$ — обратные к f^i функции. Действуя тем же методом, что и в п.4, получаем [6], что при преобразовании

$$\hat{x}^n = f^n(\tilde{X}^i) = f^n\left[L^i_m X^m\right] = f^n\left[L^i_m (f^{-1})^m(x^k)\right] \equiv \mathcal{L}^n(x^k) \tag{19}$$

неинерциальная метрика (2) (получаемая из (1) преобразованием (18)) остается форминвариантной. Группу преобразований (19) мы назовем группой *обобщенных неинерциальных преобразований Лоренца* $\mathcal{L}^n$ [8].

Аналогично (17), имеем в общем случае 10-параметрическую *группу обобщенных неинерциальных преобразований Пуанкаре* $\mathcal{P}^n$:

$$\hat{x}^n = f^n(\tilde{X}^i) = f^n\left[P^i_m (f^{-1})^m(x^k)\right] \equiv \mathcal{P}^n(x^k). \tag{20}$$

В отличие от (14), (17) соотношения (19), (20) не матричные, а функциональные (операторные), поскольку преобразования (18) нелинейные. Заметим, что в самом общем случае [6] в (20) входит даже не группа Пуанкаре P^i_m, а 15-и параметрическая конформная группа $\mathcal{K}$, включающая и некоторые *нелинейные* преобразования, также оставляющие метрику (1) форминвариантной — т.н. преобразования Мебиуса [6, 11] вместе с масштабным преобразованием. В п. 6 мы применим общую формулу (19) к частному случаю неинерциального движения — релятивистски равноускоренному.

Наличие 10-параметрической группы инвариантности метрики как в обобщенных инерциальных (17), так и в неинерциальных СО (20) гарантирует [5] существование 10-и интегральных законов сохранения энергии-импульса и момента импульса в любой допустимой СО пространства-времени Минковского. Наличие этих законов сохранения является фундаментальным свойством плоского псевдоевклидова пространства (выражающим его однородность), и ни в коей мере не зависит от выбора системы отсчета. Группы (19), (20) являются также и *группами симметрии* (инвариантности) всех физических законов (например, уравнений Максвелла) при их записи в произвольных координатах (18).

[8] См. примечание 5. Отметим также, что термин “обобщенные преобразования Лоренца” ранее употреблялся в литературе совсем в другом смысле — а именно в смысле *локальных* преобразований, параметры которых зависят от координат и времени. Их теория развита в [19].

6. Группа релятивистски равноускоренных систем отсчета

Как известно [5, 12], релятивистски равноускоренное движение задается в инерциальной галилеевой СО уравнением

$$\frac{d}{dt}\frac{\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=\frac{\vec{F}}{m_0}=\vec{w}=\mathrm{const}. \tag{21}$$

Интегрируя (21) при условии $V(0)=0$, получаем [5, 6, 12]:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dT}=\frac{\vec{w}T}{\sqrt{1+\frac{w^2T^2}{c^2}}}; \tag{22}$$

$$\vec{R} = \vec{R}_0+\frac{\vec{w}c^2}{w^2}\left[\sqrt{1+\frac{w^2T^2}{c^2}}-1\right]. \tag{23}$$

Пусть релятивистски равноускоренная СО с координатами (x,t) движется без начальной скорости вдоль оси X инерциальной галилеевой СО с координатами (X,T), и при $t=0$ начала их координат совпадают. Тогда формулы преобразования координат из (23) при выборе произвольного преобразования времени в простейшей форме[9] $t=T$, принимают вид:

$$x=X-\frac{c^2}{w}\left[\sqrt{1+\frac{w^2T^2}{c^2}}-1\right];\qquad t=T. \tag{24}$$

Подставляя (24) в выражение галилеевой метрики (1), получаем метрику равноускоренной СО в виде

$$ds^2=\frac{c^2\,dt^2}{1+w^2t^2/c^2}-\frac{2wt\,dt\,dx}{\sqrt{1+w^2t^2/c^2}}-dx^2-dy^2-dz^2. \tag{25}$$

В данном случае условия допустимости (4) не накладывают никаких ограничений на преобразование (24).

Найдем явный вид преобразований обобщенной неинерциальной группы Лоренца, оставляющих метрику (25) форминвариантной. В данном случае функции преобразования координат f и f^{-1} в (19) задаются (24). Обозначая $\hat{x}^n=(x_{\text{н}},t_{\text{н}})$ и $x^k=(x_{\text{с}},t_{\text{с}})$, из (19), (24) находим [6]:

$$\begin{aligned}x_{\text{н}} &= \frac{x_{\text{с}}+\frac{c^2}{w}\left(\sqrt{1+\frac{w^2t_{\text{с}}^2}{c^2}}-1\right)-Vt_{\text{с}}}{\sqrt{1-V^2/c^2}}-\\ &\quad-\frac{c^2}{w}\left\{\sqrt{1+\frac{w^2}{c^2-V^2}\left[t_{\text{с}}-\frac{V}{c^2}\left(x_{\text{с}}+\frac{c^2}{w}\left(\sqrt{1+\frac{w^2t_{\text{с}}^2}{c^2}}-1\right)\right)\right]^2}-1\right\}; \\ t_{\text{н}} &= \frac{t_{\text{с}}-\frac{V}{c^2}\left\{x_{\text{с}}+\frac{c^2}{w}\left[\sqrt{1+\frac{w^2t_{\text{с}}^2}{c^2}}-1\right]\right\}}{\sqrt{1-V^2/c^2}}.\end{aligned} \tag{26}$$

[9] Заметим, что преобразование к СО, жестко связанной с телом, закон движения которого в галилеевой СО уже задан (в данном случае это (23)) естественно, уже не может быть совершенно произвольным — преобразование пространственных координат уже фиксированно (с точностью до поворотов и сдвигов). Произвол остается только в задании временной координаты — зависимость $t=t(T,X)$ может быть любой (не нарушающей только условий допустимости (4)). См. также [6, 22].

Обратное к (26) преобразование получается из (26) заменой $x_{н}, t_{н} \leftrightarrow x_{с}, t_{с}; V \to -V$. Формулы (26) были впервые получены в [5], но гораздо более сложным методом — путем решения системы дифференциальных уравнений в частных производных. Мы же получили их из элементарного выражения (19), из которого сразу видна их связь с группой Лоренца. Для включения в преобразование (26) сдвигов координат и времени следует использовать неинерциальную группу Пуанкаре (20). Аналогично можно получить явное выражение неинерциальной группы Лоренца и Пуанкаре в случае другого выбора преобразования времени в (24), например в виде $t = \tau$, где τ — собственное время равноускоренно движущейся частицы (28). Естественно, при этом меняется и сама метрика (25) [5, 6].

Приведем теперь выражение для собственного времени частицы, движущейся релятивистски равноускоренно, вычисленного в инерциальной галилеевой СО. Если частица движется в ней по произвольному закону $X = X(T)$, $Y = Y(T)$, $Z = Z(T)$, то интервал (1) запишется в виде

$$ds^2 = c^2\, dT^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \equiv c^2\, d\tau^2, \tag{27}$$

где $v^2 = (v^x)^2 + (v^y)^2 + (v^z)^2$; $v^x = dX/dT$. Тогда с учетом (22) собственное время равноускоренно движущейся частицы при движении в течение времени T инерциальной галилеевой СО равно:

$$\tau = \int\limits_0^T dT \sqrt{1 - v^2/c^2} = \int\limits_0^T dT \Bigg/ \sqrt{1 + \frac{w^2 T^2}{c^2}} = \frac{c}{w} \ln \left[\frac{wT}{c} + \sqrt{1 + \frac{w^2T^2}{c^2}}.\right] \tag{28}$$

Тот же результат получится и при вычислении в собственной (движущейся) СО по формулам (6), (25) (см. п.7).

Заметим также, что выражение (27) справедливо для *любого* закона движения, в т.ч. и равномерного, и равноускоренного (22), и не имеет никакого отношения к “замедлению” времени при преобразовании Лоренца, как это часто утверждается [9–13]. Тот факт, что выражение $d\tau$ из (27) ($d\tau = dT\sqrt{1 - v^2/c^2}$) имеет тот же вид, что и лоренцево “замедление”, отнюдь не означает, что мы должны как-то связывать СО неравномерно движущегося тела с галилеевой СО с помощью лоренцевых преобразований (вводить некую “мгновенно-сопутствующую” СО и т.д.). СО движущегося тела связаны с галилеевой в общем случае произвольными преобразованиями и не имеют к лоренцевым никакого отношения. Отмеченное совпадение связано с тем, что (27) — это просто форма записи галилеева интервала (1), который является форминвариантным относительно преобразований группы Лоренца. Но преобразования СО и группа инвариантности метрики (определяющая класс эквивалентности СО) — это разные понятия! В обобщенной инерциальной и неинерциальной СО выражение, аналогичное (27) выглядит уже иначе (п. 7).

7. Парадокс часов

Рассмотрим хорошо известный “парадокс часов” [11–14] с позиции ковариантной формулировки СТО [5, 6]. (Отметим, что библиография по этому вопросу, приведенная в [14], содержит более 300 работ (!) даже по данным на 1970 г.). Собственно говоря, с точки зрения фундаментальных свойств геометрии пространства-времени Минковского [6] никакого “парадокса” нет и быть не может (см. рис. 1). Как мы уже отмечали в п. 2, интервал (2) есть инвариант — в любых допустимых СО

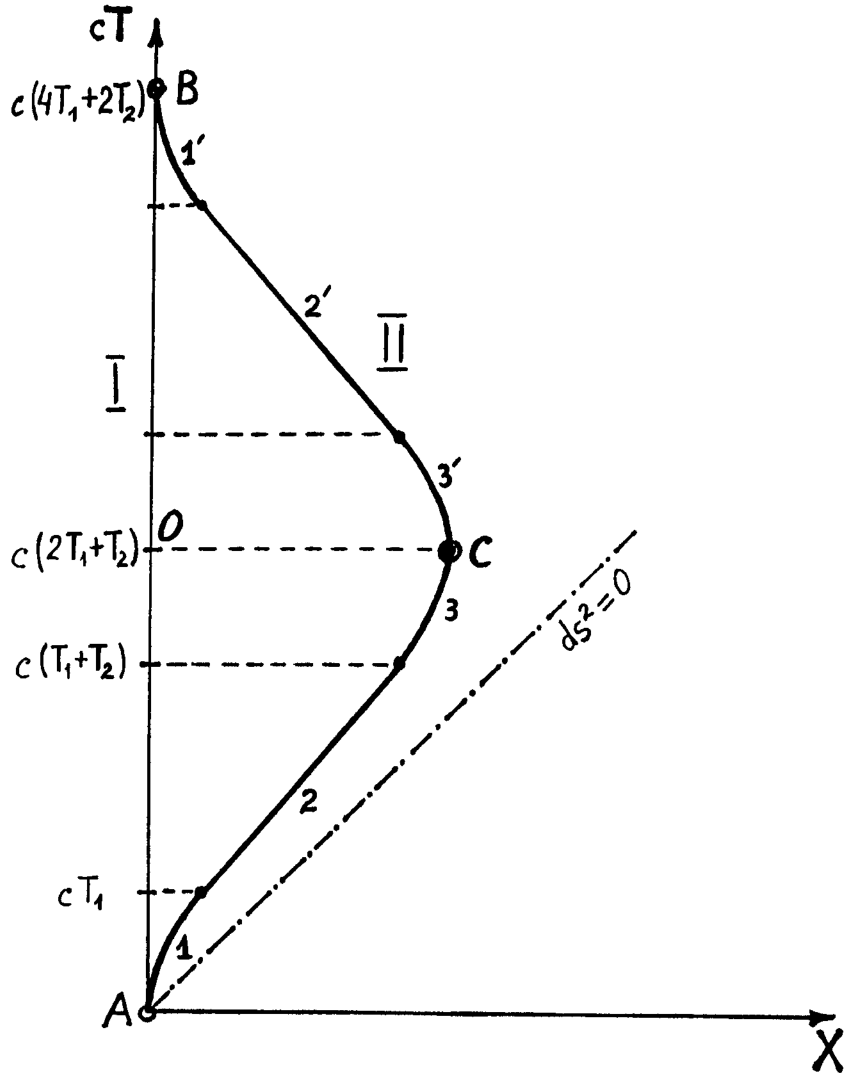

Рис. 1. Мировые линии часов I и II в инерциальной галилеевой системе отсчета покоя часов I. A — точка старта, B — точка встречи, C — точка поворота.

(в т.ч. ускоренных) интервал (2) между событиями одинаков. Длина мировой линии — это интеграл от ds, взятый вдоль этой линии: $S = \int_A^B ds$. Длина мировой линии — тоже инвариант, она не зависит от системы отсчета, в которой вычисляется. Далее, в инерциальной галилеевой СО длина прямой мировой линии АОВ (часов I), очевидно, всегда *больше* длины *любой* кривой АСВ (часов II) в силу псевдоевклидовой структуры пространства-времени. Разность длин двух мировых линий АОВ и АСВ — как и каждая в отдельности — тоже инвариант. И, наконец, в сопутствующей СО (где часы покоятся) значение интервала (и длины мировой линии) совпадают с собственным временем: $ds = c\,d\tau$; $S = c\int d\tau = cT$. Отсюда сразу получаем, что разность показаний часов II и I в точке встречи В всегда отрицательна ($\mathrm{T}' - \mathrm{T} < 0$), *как бы ни двигались часы II*[10], и величина этой разности *одна и та же*, в какой бы СО она ни вычислялась. Этот результат является

[10] Разумеется, часы II по крайней мере часть пути с необходимостью двигались *ускоренно* — иначе им не только не вернуться назад в точку В, но и не сдвинуться с места в точке А!

следствием фундаментальных свойств пространства-времени Минковского — инвариантности интервала (2) относительно любых допустимых преобразований СО (в т.ч. неинерциальных) и его псевдоевклидовой структуры (в инерциальной галилеевой СО интервал имеет вид (1))[11].

Заметим, что в этом доказательстве, во-первых, нигде не используется принцип относительности, т.е. понятие эквивалентности СО I и II (ее здесь и нет), и во вторых, нигде не появляются преобразования Лоренца. (Они могли бы возникнуть в расчете, если часы II часть пути движутся инерциально, но это вовсе не обязательно — они могут двигаться только ускоренно, и тогда преобразования Лоренца заведомо не понадобятся!). Кроме того, совершенно очевидно, что, с одной стороны, любые попытки "разрешить" парадокс часов[12], оставаясь только в рамках инерциальных галилеевых СО и преобразований Лоренца заведомо некорректны, а с другой стороны, — привлечение теории гравитации (ОТО) к расчету [10, 11, 13, 14] не имеет никакого смысла — неинерциальные движения полностью описываются в рамках СТО (п. 2, 5).

Подтвердим вышеприведенное общее доказательство конкретным расчетом [5, 6] разности показаний часов I и II, выполнив его в 2-х СО — исходной инерциальной галилеевой (часы I) и неинерциальной (часы II) (см. рис. 1). Мировая линия часов II содержит 4 участка ускоренного движения — 1, 3, $1'$, $3'$ (для простоты считаем их одинаковыми по длине, а движение — релятивистски равноускоренным), и 2 участка инерциального движения (2, $2'$). Фактически мы все время будем вычислять и сравнивать *длины мировых линий* и ничего более. С точностью до множителя c это и есть интересующее нас собственное время (показания часов).

А) *Расчет в инерциальной галилеевой СО часов I.*

Длина мировой линии АОВ часов I (их собственное время) для принятой симметрии по условию равно

$$T = 4T_1 + 2T_2. \tag{29}$$

Для движущихся часов II соответственно имеем

$$T' = 4T_1' + 2T_2'. \tag{30}$$

где cT_1' — длина неинерциального участка 1 мировой линии II, cT_2' — длина инерциального участка 2 этой линии (в СО I). Согласно (27), (28) имеем:

$$T_1' = \int_0^{T_1} dt\sqrt{1 - V^2(t)/c^2} = \frac{c}{w}\ln\left[\frac{wT_1}{c} + \sqrt{1 + \frac{w^2T_1^2}{c^2}}\right]. \tag{31}$$

Повторим, что для вычисления (31) совершенно *не требуется* привлекать преобразования Лоренца (п. 6). Выражение (31) — это длина 1-го участка мировой линии II в СО I, полученная из формы интервала (1) и соотношения (27) для частицы, движущейся с переменной скоростью.

На участке 2 часы II движутся равномерно со скоростью $V_0{=}wT_1/\sqrt{1{+}w^2T_1^2/c^2}$. Следовательно, длина этого участка дается *той же* формулой (27), где только V уже постоянно (фактически, и здесь нам *не нужно* использовать преобразования

[11] С геометрической точки зрения этот результат столь же однозначен и очевиден, как и бóльшая длина любой кривой между двумя точками на евклидовой плоскости по сравнению с длиной прямой между ними — в каких бы координатах на плоскости эта длина ни вычислялась.

Лоренца!)[12]:

$$T_2' = \int\limits_{T_1}^{T_1+T_2} dt\sqrt{1-V_0^2/c^2} = \frac{T_2}{\sqrt{1+w^2T_1^2/c^2}}. \tag{32}$$

Подставляя (32) и (31) в (30) и вычитая (29) находим искомую разность длин мировых линий I и II:

$$\Delta T = T' - T = 4T_1\left\{\frac{1}{u}\ln(u+\sqrt{1+u^2}) - 1\right\} + 2T_2\left[\frac{1}{\sqrt{1+u^2}} - 1\right], \tag{33}$$

где $u \equiv wT_1/c$. При любых $u > 0$ (т.е $T_1 > 0$) выражения в фигурных и квадратных скобках в (33) отрицательны, т.е. $\Delta T < 0$ — длина кривой мировой линии ACB меньше длины прямой AOB в инерциальной галилеевой СО. Выделяются 2 частных случая: 1) участка 2 инерциального движения нет вообще, т.е. движение часов II чисто ускоренное. Тогда ΔT находится из (33) при $\mathrm{T}_2 = 0$. 2) Ускорение w стремится к бесконечности, а время ускоренного движения $\mathrm{T}_1 \to 0$ так, что достигнутая скорость часов II ($V_0/c = u/\sqrt{1+u^2}$) была бы конечной (т.е. u — конечно). В этом случае ΔT находится из (33) при $\mathrm{T}_1 = 0$ (в (33) остается 2-е слагаемое). Это же выражение (при $\mathrm{T}_1 = 0$) асимптотически точно дает ответ в случае, когда время ускоренного движения T_1 (с конечным ускорением) сколь угодно мало по сравнению с временем инерциального движения T_2.

Т.о. часы II, которые испытывают “мгновенные” ускорения, а потом движутся сколь угодно долго инерциально, *не равноправны* с инерциальными часами I. Если участка 2 инерциального движения может не быть вообще, то наличие участков 1, 3′ принципиально важно, даже если их вклад в величину T′ (т.е. в длину всей мировой линии ACB) может быть сколь угодно мал — эти участки нарушают равноправие СО часов I и II и приводят к однозначности ответа при вычислении в обеих этих СО (см. ниже).

B) *Расчет в СО покоя часов II* (т.е. сопутствующей СО)

На участке 1 их мировой линии часы II движутся равноускоренно, их СО неинерциальна, а метрика имеет вид (25). В этой метрике часы I движутся свободно (по геодезическим), т.е. равноускоренно в противоположном к системе II направлении, и из (24) при $X = 0$ имеем[13]:

$$x(t) = \frac{c^2}{w}\left[1 - \sqrt{1+\frac{w^2t^2}{c^2}}\right]. \tag{34}$$

Длину 1-го участка мировой линии часов I в СО II (это не прямая в СО II!) можно найти тем же способом, что и при выводе (27), т.е. подставив в выражение недиагональной метрики типа (25) $ds^2 = g_{00}c^2dt^2 + 2g_{01}c\,dtdx - dx^2 - dy^2 - dz^2$ некоторый закон движения $\mathrm{x}(t)$ при условии $dy = dz = 0$. Тогда получаем[14]:

$$ds^2 = c^2\,dt^2\left[g_{00} + \frac{2}{c}g_{01}\left(\frac{dx}{dt}\right) - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right] = c^2\,d\tau^2, \tag{35}$$

[12] Более того, их даже *нельзя* здесь использовать, поскольку, как будет показано ниже, СО I и II связаны *другими* (не лоренцевыми!) преобразованиями (априори нам пока неизвестными).

[13] Выражение (34) можно формально и строго получить [5] и из общего уравнения движения по геодезическим в метрике (25): $du^i/ds + \Gamma^i_{ml}u^m u^l = 0$.

[14] Общековариантная форма (35), очевидно, имеет вид:

$$d\tau = dt\left[g_{00} + \frac{2}{c}g_{0\alpha}\dot{x}^\alpha + \frac{1}{c^2}g_{\alpha\beta}\dot{x}^\alpha\dot{x}^\beta\right]^{1/2}, \qquad \text{где } \dot{x}^\alpha \equiv dx^\alpha/dt.$$

и из (25), (34), (35) находим $d\tau = dt$, $\tau_1 = t_1$, а т.к. в (24) мы выбрали $t = T$, то, следовательно, $\tau_1 = \mathrm{T}_1$[15]. Т.о. длина 1-го участка мировой линии часов I в обеих СО I и II совпадает (длина мировой линии — инвариант!).

Длина 1-го участка мировой линии часов II, покоящихся в СО II, (это прямая в этой СО!) в соответствии с (6) и (25), равна:

$$\tau_1' = \int\limits_0^{T_1} \sqrt{g_{00}}\, dt = \int\limits_0^{T_1} \frac{dt}{\sqrt{1 + \frac{w^2 t^2}{c^2}}} = \frac{c}{w} \ln \left[\frac{wT_1}{c} + \sqrt{1 + \frac{w^2 T_1^2}{c^2}} \right]. \tag{36}$$

Сравнивая (36) и (31), находим, что $\tau_1' = \mathrm{T}_1'$, т.е. длина 1-го участка мировой линии часов II (их собственное время) при расчете в СО I и II также совпадают — в соответствии с общим свойством ее инвариантности.

Поскольку $\tau_1 = \mathrm{T}_1$, $\tau_1' = \mathrm{T}_1'$, то мы *уже доказали*, что в случае чисто ускоренного движения часов II (т.е. при отсутствии инерциального участка 2) итоговая разница показаний часов в точке встречи B (т.е. разность длин двух мировых линий ACB и AOB), вычисленная в инерциальной СО I и неинерциальной СО II совпадают : $\Delta T_{\text{ус}} = 4(T_1' - T_1) = 4(\tau_1' - \tau_1)$ — в соответствии с общим геометрическим доказательством.

Нам осталось рассмотреть инерциальный участок движения 2 — это хотя и не меняет ничего в принципе, но приводит к важным выводам. В момент $t = T_1$ часы II начинают двигаться равномерно (инерциально) со скоростью

$$V_0 = \frac{wT_1}{\sqrt{1 + w^2 T_1^2/c^2}}. \tag{37}$$

В этот момент компоненты неинерциальной метрики (25) принимают значения

$$g_{00} = \frac{1}{1 + w^2 T_1^2/c^2}; \qquad g_{01} = -\frac{wT_1}{\sqrt{1 + w^2 T_1^2/c^2}}; \qquad g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1, \tag{38}$$

т.е. они *не совпадают* с галилеевыми значениями (3) $g_{00} = 1$, $g_{01} = 0$. Поскольку метрика должна быть непрерывна во времени (п. 2), то мы с неизбежностью приходим к выводу, что метрика часов II после окончания ускорения не может быть галилеевой, а поскольку далее движение инерциально, то следовательно метрика часов II при $t \geq T_1$ является одной из обобщенных инерциальных метрик (п. 3)[16]. Легко видеть, что метрика (12), связанная с (1) преобразованием Галилея $\mathrm{X} = \mathrm{x} + V_0 t$, $T = t$, где V_0 определяется (37), при $t = T_1$ непрерывно переходит в метрику (25) со значениями (38), что и требовалось. Т.о. в данном случае метрика часов II на инерциальном участке движения 2 есть[15]

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{V_0^2}{c^2}\right) dt^2 - 2V_0\, dt dx - dx^2 - dy^2 - dz^2. \tag{39}$$

Однако, поскольку метрика (39) принадлежит другому, нежели галилеева (1), *классу эквивалентности* (т.е. она форминвариантна относительно *другой* группы

[15] Можно показать [6], что если в (24) выбрать другую связь T и t (например, $t = \tau$ из (28)), то из-за соответствующего изменения метрики (25), результат $\tau_1 = \mathrm{T}_1$ не изменится. Сохранится и результат (40), хотя метрика (39) при выборе $t = \tau$ также изменится.

[16] В [8, 10] делаются попытки построения СО часов II на инерциальном участке, связанной с галилеевой СО преобразованием Лоренца. Однако такой путь (кроме того, что он приводит к новым противоречиям) *в принципе* неудовлетворителен, поскольку не согласуется с требованием инвариантности длины мировой линии часов II (см. п. 8), если имеет место тождественность СО I и II.

преобразований — обобщенной инерциальной лоренцевой (16)) то хотя эта метрика и инерциальна (в смысле одинаковости с (1) форм всех законов), но не абсолютно тождественна метрике (1) (см. п. 8). Именно потому мы и получим в итоге инвариантность длины мировой линии и на участке 2, что и снимает все противоречия.

Действительно, в метрике (39) часы I движутся, очевидно, в обратную сторону по закону $dx/dt = -V_0$ (по геодезическим метрики (39)). Длина их мировой линии в СО II (39) находится из той же формулы (35), что и на участке 1, где теперь только g_{ik} — из (39). В результате мы снова получим $ds^2 = c^2\,d\tau^2 = c^2\,dt^2$, $\tau_2 = t_2$, а т.к. у нас $t = T$, то следовательно длина участка 2 мировой линии часов I в СО II есть $\tau_2 = \mathrm{T}_2$, т.е. та же, что и при вычислении в инерциальной СО I — как и должно быть.

Часы II покоятся в метрике (39), следовательно, длина участка 2 их мировой линии в СО II из (6), (39) есть[15]

$$\tau_2' = \int\limits_{T_1}^{T_1+T_2} \sqrt{g_{00}}dt = T_2\sqrt{1 - V_0^2/c^2} = \frac{T_2}{\sqrt{1 + w^2T_1^2/c^2}}. \tag{40}$$

Сравнивая (32) и (40), находим, что $\tau_2' = \mathrm{T}_2'$, т.е. длина 2-го участка мировой линии часов II, вычисленная в СО I и II, также одинакова.

Объединяя все неинерциальные и инерциальные участки, получим, что итоговая разность показаний часов в момент встречи в точке B есть $\Delta\tau = \tau' - \tau = 4(\tau_1' - \tau_1) + 2(\tau_2' - \tau_2) = 4(T_1' - T_1) + 2(T_2' - T_2) = \Delta T$, т.е. расчет в обеих СО дает одинаковый результат (разность длин 2-х мировых линий — инвариант). Это значит, что отставание часов, которые *хотя бы частично* двигались неинерциально, от инерциальных является эффектом *абсолютным*, не зависящим от выбора СО — в соответствии с общим геометрическим доказательством на основе фундаментальных свойств псевдоевклидова пространства-времени.

8. Неинерциальные движения и нарушение тождественности инерциальных систем. Заключение

Обсудим основные результаты предыдущего пункта[17]. Как мы показали, даже в случае пренебрежимо малого вклада неинерциального участка движения 1 в общую длину мировой линии часов II — они играют принципиально важную роль — нарушают абсолютную эквивалентность (тождественность) СО часов I и II *даже на участке инерциального движения* часов II. Наличие сколь угодно малого неинерциального участка 1 с необходимостью приводит к тому, что метрика СО часов II оказывается на инерциальном участке 2 из другого (нежели Лоренцева) класса эквивалентности — а именно из класса обобщенных инерциальных СО (п. 3). Эти СО с метрикой (39) (или (8) в общем случае) являются инерциальными, т.е. все законы природы в физически измеримых величинах имеют тот же вид, что и в галилеевой СО с метрикой (1). Поэтому, находясь *внутри* такой замкнутой обобщенной инерциальной СО мы никакими экспериментами не сможем отличить ее от галилеевой (1). Однако, если мы можем *сравнить* какую-то физически измеримую величину (являющуюся инвариантом пространства Минковского) в этой обобщенной СО и в галилеевой (т.е. замкнутости СО нет), то мы *сможем* установить их различие — абсолютной физической эквивалентности (тождественности)

[17] Во избежание недоразумений отметим, что нижеследующие выводы отражают точку зрения автора и не содержатся в работе [5], хотя по нашему мнению, они с необходимостью следуют из всех результатов [5] (на которых базируется и данная работа).

в смысле обобщенного принципа относительности (п. 5) здесь нет, поскольку эти СО из разных классов эквивалентности.

Именно это и происходит, когда мы сравниваем *собственное время* часов I и II, т.е. длины мировых линий (инвариант 4-пространства Минковского!) — в т.ч. и на участке их инерциального движения[18]. Заметим, что это сравнение можно сделать

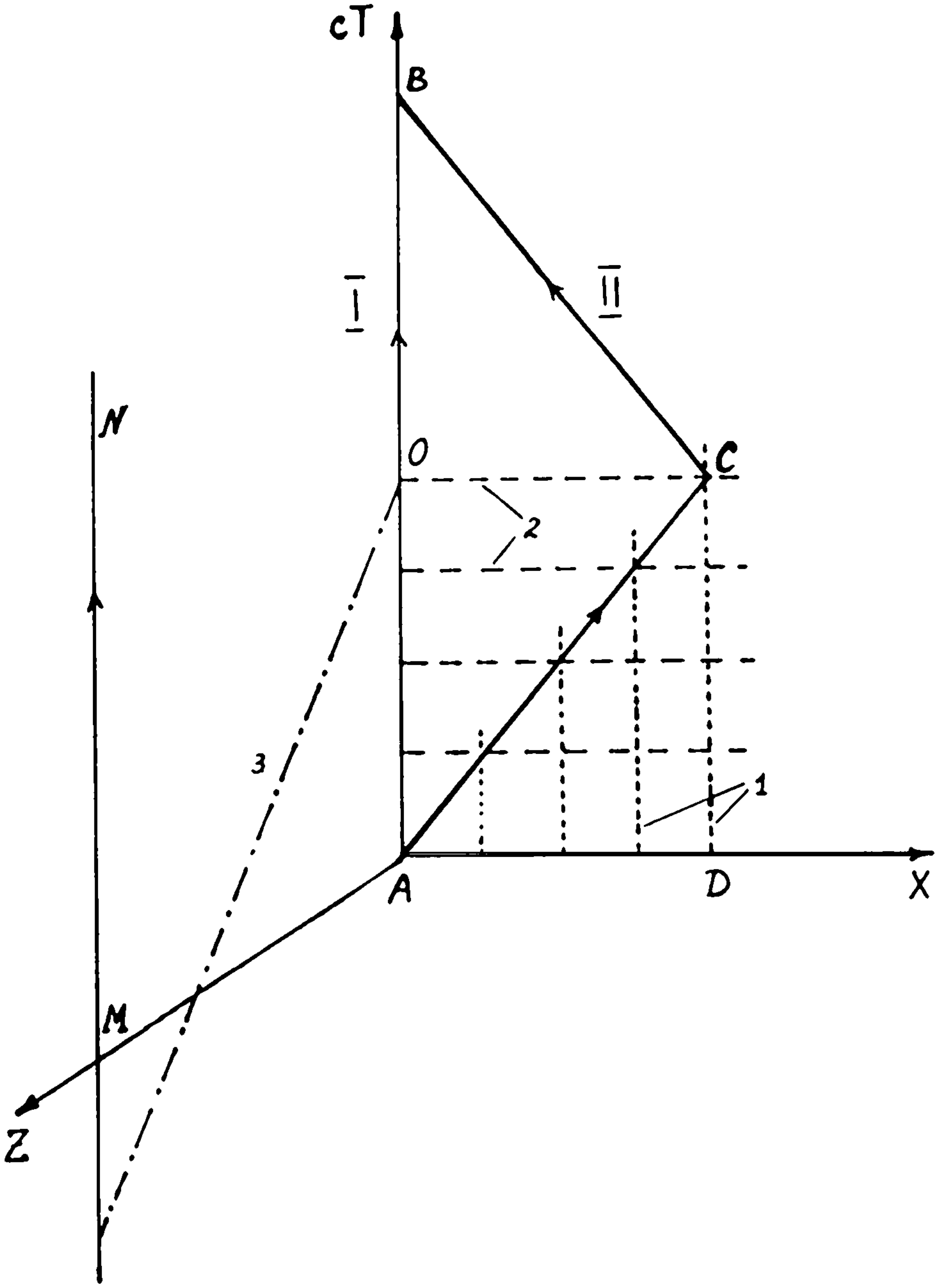

Рис. 2. Мировые линии часов I и II в инерциальной галилеевой системе отсчета I в случае пренебрежимо малой длины неинерциальных участков движения часов II.
Пунктир 1 — мировые линии ряда синхронизированных часов в СО I. MN — мировая линия пульсара, $AM \gg AD$.
Пунктир 2 — пересечение светового конуса 3 импульсов пульсара с плоскостью (X, T).

[18] Если инерциального участка нет вообще, т.е. движение часов II чисто ускоренное, то и никаких вопросов не возникает — СО часов I и II очевидно неэквивалентны (п. 7).

в любой точке траектории часов II (отнюдь не обязательно возвращаться в исходную точку или хотя бы замедлятся в точке C). Для этого достаточно в галилеевой CO заранее вдоль этой траектории установить ряд синхронизированных часов и потом сравнивать их показания с пролетающими (см. рис. 2; другой, практически более удобный способ описан ниже). В метрике (39) собственное время (а это физически измеримая, инвариантная величина — длина мировой линии!) *течет медленнее*, чем в метрике (1): $\tau_2' = \int \sqrt{g_{00}}\,dt < \tau_2$ поскольку $g_{00} = 1 - V_0^2/c^2 < 1$[19]. И этот результат абсолютен (инвариантен), хотя находясь внутри самой замкнутой CO II это замедление обнаружить невозможно. Именно потому мы и получаем для собственного времени на инерциальном участке 2 *разные* результаты для часов I и II ($\tau_2 = \mathrm{T}_2$ — для часов I и $\tau_2' < \tau_2$ (40) — для часов II), но *неизменные* (инвариантные) при расчете в CO I и II. Первопричиной этой неэквивалентности CO I и II был неинерциальный участок движения 1 — он изменил метрику часов II и на инерциальном участке 2. И это — *единственная возможность* обеспечить инвариантность собственного времени часов II (длины их мировой линии) на участке 2 не вступая в противоречие с требованием принципа относительности (п. 5) — т.к. тождественности CO I и II нет, то становится возможным и "несимметричный" по отношению к этим CO результат.

Если бы метрика часов II на инерциальном участке была бы галилеевой, то CO I и II были бы с необходимостью связаны преобразованием группы Лоренца, т.е. были бы из одного класса эквивалентности. Это значит, что эти CO были бы принципиально неразличимы (тождественны), эффект замедления времени полностью симметричен к CO I и II (в CO I мы получим $d\tau' = d\tau\sqrt{1 - V^2/c^2} < d\tau$, а в CO II — наоборот $d\tau = d\tau'\sqrt{1 - V^2/c^2} < d\tau'$) и мы не можем получить однозначный несимметричный результат на инерциальном участке 2. Но он *должен быть* здесь однозначным и несимметричным, раз он таков и в точке встречи — даже если длина неинерциальных участков 1 пренебрежимо мала! (см. замечание в конце статьи). Поэтому мы с неизбежностью приходим к следующему выводу:

> Свойство инвариантности интервала (длины мировой линии) относительно произвольных преобразований систем координат (CO) пространства-времени Минковского (совместно с требованием непрерывности метрики) однозначно приводит к тому, что метрика **инерциальной** CO, связанной с телом, *ранее ускорявшимся относительно исходной инерциальной (галилеевой) CO*, — должна принадлежать другому (нежели лоренцеву) классу эквивалентности — а именно классу обобщенных инерциальных CO, и потому не является абсолютно физически эквивалентной (тождественной) исходной: **собственное время в этой метрике течет медленнее**, чем в галилеевой[20].

Т.о. обобщенные инерциальные CO, введенные в п.3 из некоторой абстрактной альтернативной теоретической возможности превращаются в совершенно *реальное*, физически необходимое понятие. Выбор этих обобщенных инерциальных CO отнюдь не является вопросом *удобства* или соглашения; это принципиальный *физический* выбор! Любые тела (часы) *ускорявшиеся* в исходной галилеевой CO, а потом

[19] Дополнительным преобразованием времени $\tilde{t}(t)$ всегда можно добиться, чтобы $\tilde{g}_{00} = 1$, но при этом величина $d\tau = \sqrt{\tilde{g}_0 0}\,d\tilde{t}$ все равно не изменится.

[20] Никакого противоречия с общей ковариантностью описания в СТО здесь нет. Ковариантность в целом отнюдь не означает полную произвольность выбора CO в конкретном случае — например ускоренного движения тела с дальнейшим его равномерным движением. Здесь произвол уже сильно ограничен (см. примечание 9). Ковариантность в целом — это не физический принцип, а математическая форма записи, что отмечал еще Фок в [11].

двигающиеся инерциально, реализуют какую-то из обобщенных инерциальных СО до тех пор, пока двигаются относительно исходной. Отсюда сразу же получаем, что преобразования СО внутри одного класса эквивалентности (т.е. задаваемых одной группой симметрии метрики) *не могут быть* связаны с реальными движущимися телами — любое реальное тело будет иметь участок ускорения перед инерциальным движением, который с неизбежностью *изменит* класс эквивалентности СО тела. Преобразования группы симметрии метрики могут быть реализованы *только* как изменение арифметизации (нумерации) точек 4-пространства при неизменном физическом теле отсчета, т.к. как преобразования группы 4-движений [7]. Обобщенный принцип относительности (п. 5) утверждает лишь, что в любой физической СО существует такое изменение этой арифметизации (координат), — задаваемое соответствующей группой симметрии — при котором метрика останется форминвариантной, т.е. все физические законы не изменят своего вида. Но он отнюдь не утверждает, что эти преобразования должны быть связаны с движением реальных физических тел. Преобразования группы симметрии и преобразования СО реально движущихся тел — это разные понятия! Иначе говоря, система отсчета, связанная с реальным телом, всегда определена только с точностью до преобразований группы симметрии метрики — обобщенной инерциальной (14), (17) или неинерциальной (19), (20) группы Лоренца-Пуанкаре.

Итак, обнаружить отличие метрики СО, связанной с телом, ранее ускорявшимся в исходной инерциальной СО от галилеевой в принципе очень просто — достаточно *сравнить* показания часов в этих двух СО хотя бы в двух точках (т.е. сравнить *темп* хода заведомо одинаковых часов). Ускорявшиеся (когда-то) часы всегда будут идти медленнее, и мы т.о. экспериментально определим, какие именно часы ускорялись. Именно это и подтверждают известные опыты с временем жизни μ-мезонов (а вовсе не "замедление" времени при лоренцевых преобразованиях [5], [12]) — ведь движущиеся в лабораторной СО частицы *ускорялись* (либо они сами, либо их предшественники — протоны в ускорителе), и потому "их" часы идут медленнее, чем "наши", и этот эффект абсолютен, а не относителен, как было бы, будь эти две СО связаны преобразованиями Лоренца.

Есть и прямые измерения замедления *темпа* хода движущихся часов. Для этого используется поперечный доплер-эффект, т.е. уменьшение (в лабораторной СО) частоты света, испускаемого движущимся атомом при наблюдении под углом 90° к его скорости (тогда обычный доплер-эффект, пропорциональный скорости, отсутствует). В типичном эксперименте [18] ионы водорода ускоряются до скорости $3 \cdot 10^6$ м/с, и затем излучают. При этом частота света в лабораторной СО в соответствии с (27) должна быть равна $\omega = \omega_0\sqrt{1 - V^2/c^2}$, что находится в хорошем согласии с опытом. Из изложенного ясно, что и в этом случае эффект замедления времени не имеет никакого отношения к преобразованиям Лоренца, и также должен быть абсолютным, а не относительным. Но чтобы проверить эту абсолютность эффекта нужно иметь измерительную установку, равномерно движущуюся с космической скоростью, и в ней измерить темп хода стандартных часов, покоящихся в исходной инерциальной СО. Но каких и каким образом?

Мы предлагаем следующий удобный практический метод с использованием "космических" часов — *пульсаров*. Частота излучения импульсов пульсаров отличается очень высокой стабильностью[21] и идеально подходит для таких измерений. Если пульсар находится на большом расстоянии по оси Z (рис. 2) перпендикулярной плоскости (X, T), то моменты прихода его импульсов (как и их число) одни и

[21] При типичном периоде следования импульсов $\sim$ 0,1–1 сек., его отклонения находятся на уровне 10^{-7} сек., т.е. точность "пульсарных" часов не уступает атомным! (если не считать "векового" их отставания, связанного с замедлением вращения пульсара, $\sim 10^{-8}$ сек/сут.).

те же в СО I и II (земля и ракета), и нам не нужно "расставлять" ряд одинаковых часов вдоль траектории ракеты чтобы сравнить их темп хода с движущимися. Достаточно просто измерить частоту импульсов пульсара. Если эта частота, измеренная на Земле равна ω_0 (считаем, что пульсар находится, как и на рис. 2, в направлении, перпендикулярном к плоскости земной орбиты, чтобы исключить линейный доплер-эффект), то что измерит наблюдатель на ракете, движущейся равномерно со скоростью V относительно Земли (считаем, что $V \gg V_З$ в плоскости эклиптики)? Убежденный "релятивист-лоренцевик" естественно скажет: "Частота, разумеется, уменьшится в $\sqrt{1-V^2/c^2}$ раз, как и в опыте с движущимися атомами поскольку в СО, связанной с ракетой, равномерно движется пульсар".

Из всего же вышеизложенного вывод в этом случае *принципиально иной*: поскольку в исходной инерциальной СО, связанной с неподвижными звездами *ускорению* подвергалась ракета (а вовсе не пульсар!), то темп хода часов в ракете замедлился (п. 7), и это замедление *абсолютно*, в т.ч. и на участке ее инерциального (равномерного) движения. Следовательно, *частота импульсов пульсара, измеренная в ракете, равномерно движущейся перпендикулярно направлению на него, увеличится (а не уменьшится!) в* $\sqrt{1-V^2/c^2}$ *раз*[22]. Т.о. наши основные выводы (и прежде всего об абсолютности замедления собственного времени равномерно движущегося тела, подвергавшегося ранее ускорению) вполне могут быть экспериментально проверены в обозримом будущем.

В заключение еще одно замечание. Вывод об абсолютности замедления часов II на инерциальном участке движения в "парадоксе" часов был сделан еще в работе [20] на чисто качественном уровне (без ковариантного анализа ускоренных движений и обобщенных инерциальных СО). Авторы [20] из этого приходят к заключению о логической противоречивости СТО. Это, конечно, неверно — виновата не СТО как таковая, а ее обычное ограниченное "инерциальное" понимание (тогда мы действительно и приходим к "парадоксу") Ковариантный же анализ снимает все противоречия — замедление абсолютно, поскольку СО I и II нетождественны, т.к. связаны нелоренцевыми преобразованиями.

Итак, мы показали, что ковариантное понимание СТО делает ее гораздо богаче по содержанию, чем стандартное "инерциально-лоренцевое", устраняет все ее "парадоксы", и приводит к новым важным экспериментально проверяемым следствиям. Следовательно, ковариантное построение СТО отнюдь не является непринципиальным, необязательным (формальным) математическим обобщением "общепринятой", "ясной" формулировки СТО (вроде возможности введения косоугольной системы координат вместо прямоугольной), и которое якобы не дает ничего нового — а есть и такая нелепая точка зрения! Ковариантное построение СТО совершенно *необходимо*, неразрывно с ней; только оно и делает СТО самосогласованной и непротиворечивой теорией. Поскольку ковариантная формулировка СТО практически не развивалась (за исключением [5–8]), то, безусловно, развитие специальной теории относительности далеко еще не завершено как в чисто теоретическом, так и в экспериментальном плане.

Автор посвящает эту работу памяти К.В.Анисовича, бывшего одним из немногих физиков, прекрасно понимавшего суть ковариантного подхода к СТО, всю ущербность ее стандартного изложения, и написавшего большую оригинальную

[22] Наблюдатель на ракете определит как ω отношение числа пришедших импульсов к соответствующему промежутку собственного времени (40), отсчитанного по своим стандартным (атомным) часам. Для $V \simeq 100$ км/с имеем $\Delta\omega/\omega_0 \simeq +10^{-7}$, что вполне можно надежно зарегистрировать уже за несколько минут полета. Более тонкий периодический эффект с $\Delta\omega/\omega_0 \simeq \pm 10^{-8}$ связан с замедлением времени при годичном орбитальном движении Земли [6] и, видимо, также может быть обнаружен

работу [7] на эту тему, и с кем автор неоднократно обсуждал ряд принципиальных вопросов СТО. Благодарю также Ю.В.Барышева за обсуждение и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пуанкаре А.* "О динамике электрона" (I и II, 1905 г.) — в сб. "Принцип относительности", М.:Атомиздат, *1973*. С. 90–97 (I), 118–161 (II). См. также текст с комментариями: Логунов А.А. "К работам Анри Пуанкаре "О динамике электрона", М.: из-во ОИЯИ, *1984*.
2. *Пуанкаре А.* "Измерение времени"; "Настоящее и будущее математической физики" — в сб. "Принцип относительности", М.: Атомиздат, *1973*. С. 12–21; 22–44; "О науке" — в сб. "О науке", М., "Наука", *1983*.
3. *Минковский Г.* "Пространство и время" — в сб."Принцип относительности", М.: Атомиздат, *1973*. С. 167–180.
4. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов в 4-х т. М.: Наука, *1965*. Т. 1.
5. *Логунов А.А.* "Лекции по теории относительности и гравитации (современный анализ проблемы)", М.: Наука, *1987*.
6. *Генк А.В.* "Теория относительности (введение в современный анализ)" С.-Пб.: Из-во НОО "Земля и вселенная", *1997* (в печати).
7. *Анисович К.В.* "Логические аспекты, принципы и методология специальной теории относительности", Ленинград, *1987*, Депонент ВИНИТИ, №8156-В87.
8. *Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.* "Гравитация", М.: Мир, *1977*, Т. 1.
9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* "Теория поля", М.: Наука, *1988*.
10. *Меллер К.* "Теория относительности" М.: Атомиздат, *1975*.
11. *Фок В.А.* "Теория пространства, времени и тяготения" М.: *1961*.
12. *Угаров В.А.* "Специальная теория относительности", М.: Наука, *1977*.
13. *Шмутцер Э.* "Теория относительности (современное представление)" М.: Мир, *1985*.
    Паули В. "Теория относительности" М.: Наука, *1991*.
14. *Мардер Л.* "Парадокс часов" М.: Мир, *1974*;
    Скобельцын Д.В. "Парадокс близнецов в теории относительности", М.: Наука, *1966*.
15. *Анисович К.В.* Ковариантное описание и свобода выбора метрических координат. Тезисы докл. 7-й всесоюзной гравитационной конференции. Ереван: *1988*. С. 11–12;
    Генк А.В. // Гравитация, Т. 3, вып. 1 (*1997*), С. 6–12.
16. *Барышев Ю.В.* // Гравитация, Т. 2, вып. 2 (*1996*), С. 3–10.
17. *Логунов А.А., Мествиришвили М.А.* "Релятивистская теория гравитации" М.: Наука, *1989*.
18. *Страховский Г.М., Успенский А.В.* // УФН, Т. 86 (*1965*), С. 421.
19. *Анисович К.В.* // Гравитация. Т. 3. Вып. 1 (*1997*), С. 32–54.
20. *Иваницкая О.С.* "Обобщенные преобразования Лоренца и их применение" Минск: Наука и техника, *1969*.
21. *Лебедева Н.С., Морозов В.М.* // В сб. "Гравитация и теория относительности", вып. 6. Казань: Из-во КГУ, *1969*. С. 82–87.
22. *Мицкевич Н.В.* "Физические поля в общей теории относительности". М.: Наука, *1969*.
23. *Зельманов А.Л., Агаков В.Г.* "Элементы общей теории относительности". М.: Наука, *1989*.