ГРАВИТАЦИЯ Том 1 Выпуск 1 1995
Дискуссионный журнал по проблемам гравитационной физики .... *page 59–65*

ПРИНЦИП ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ

К ВОЗМОЖНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ НАРУШЕНИЯ СИЛЬНОГО ПРИНЦИПА ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ

К.В. Анисович

Показывается, что модифицированная из ОТО теория гравитации с нарушенным сильным принципом эквивалентности предсказывает сезонную неравномерность собственного вращения Земли, величина которой совпадает с наблюдаемым необъясняемым остаточным членом вариации собственного вращения Земли. Это может служить указанием на возможное нарушение сильного принципа эквивалентности.

Содержание

Сильный принцип эквивалентности утверждает невозможность для локальной области пространства обнаружить отличие гравитационного поля от ускорения. При этом, ввиду $R_{\mu\nu\eta\gamma} \neq 0$ в гравитационном поле и $R_{\mu\nu\eta\gamma} = 0$ в просто ускоренной системе отсчета, под невозможностью обнаружения подразумеваются опыты, в которых не проявляется значение $R_{\mu\nu\eta\gamma}$. Считается, что сильный принцип эквивалентности в указанной узкой формулировке должен содержаться в современных гравитационных теориях. Однако выполняется ли в действительности этот принцип или нет, ответ на этот вопрос можно получить только с помощью эксперимента. Чтобы подойти к нему, рассмотрим пример гравитационной теории с заведомым нарушением в ней сильного принципа эквивалентности и посмотрим, какие наблюдаемые следствия можно получить из указанного нарушения.

1. Следствия теории с нарушенным сильным принципом эквивалентности

а. Движение в гравитационном поле.

Рассмотрим стандартный лагранжиан ОТО, в который введем дополнительное скалярное гравитационное поле Ψ так, чтобы был нарушен сильный принцип эквивалентности. А именно, возьмем L в виде

$$L = -\mu_0(1 - k\Psi) + \frac{R}{æ} + \frac{k}{2æ}\,\Psi_{,\mu}\Psi^{,\mu} + \Psi^n\left(\frac{1}{c^2}\,A_\mu j^\mu + \frac{1}{16\pi c^2}\,F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right), \tag{1}$$

где константа $æ = 8\pi G_0/c^2$, k, n — безразмерные константы, μ_0 — инвариантная плотность массы, R — кривизна, j^μ — 4-плотность тока, A_μ, $F_{\mu\nu}$ — 4-потенциал и тензор электромагнитного поля. При $k \to 0$ и $n \to 0$ L из (1) переходит в лагранжиан ОТО с электромагнитным полем.

Нарушение сильного принципа эквивалентности в (1) достигается введением множителя Ψ^n перед электромагнитным членом, т. е. за счет принятия $n \neq 0$.

Варьируя действие с L из (1) по компонентам гравитационного поля $g_{\mu\nu}$ и Ψ, получим уравнения гравитационного поля (электромагнитным источником пренебрегаем)

$$R^{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\,\mu_0 æ\left(U^\mu U^\nu - \frac{1}{2}\,g^{\mu\nu}\right)(1 - k\Psi) + \frac{k}{2}\,\Psi^{,\mu}\Psi^{,\nu}, \tag{2}$$

$$\Psi^{,\mu}{}_{;\mu} = +8\pi\,\frac{G_0\mu_0}{c^2}. \tag{3}$$

Из (3) для слабого $g_{\mu\nu}$ поля (метрика $g_{\mu\nu}$ близка к метрике Минковского) для скалярного поля Ψ будем иметь решение

$$\Psi = \frac{2G_0}{c^2}\int\frac{\mu_0^*}{r}\,dV, \tag{4}$$

где μ_0^* — запаздывающие значение μ_0, интегрирование идет по всему пространству. Применительно к Солнечной системе, выделяя вклад от массы Солнца M_0 от вклада массы Метагалактики M_G

$$\Psi = \frac{2G_0}{c^2}\frac{M_0}{R} + \frac{2G_0}{c^2}\frac{M_G}{a}$$

где a — радиус Метагалактики. Применяя стандартное соотношение $2GM_G/ac^2 = 1$, используемое в космологических моделях [1] и соответствующее современным наблюдательным данным, для поля Ψ внутри Солнечной системы имеем

$$\Psi = 1 + \frac{2G_0M_0}{c^2R}, \tag{6}$$

где R — расстояние от точки наблюдения до Солнца.

Учитывая оценку Ψ из (6) и современную точность измерения стандартных эффектов в Солнечной системе, можно показать, что при $k \leq 0.01$ лагранжиан L из (1) будет соответствовать наблюдательным данным в Солнечной системе (смещение перигелиев орбит, отклонение света и др.).

б. Условие равновесия в гравитационных и электромагнитных полях. Малость k обеспечивает соответствие движения незаряженных тел для теории с L из (1) с движением тел в ОТО. Однако в случае движения заряженных тел одновременно в гравитационных и электромагнитных полях для $k \to 0$, но при $n \neq 0$, т. е. при нарушении сильного принципа эквивалентности, предсказания для теории с L из (1) может существенно отличаться от предсказания в случае ОТО.

В качестве примера рассмотрим условие равновесия для заряженной частицы с массой m и зарядом q. Варьируя действие с L из (1) по траектории частицы, получим уравнение движения

$$U_{\eta,s} = -\Gamma_{\eta\mu\nu}U^\mu U^\nu + \frac{q}{mc^2}\,F_{\eta\mu}U^\mu\Psi^n, \tag{7}$$

где s — интервал, $\Gamma_{\eta\mu\nu}$ — символы Кристоффеля, U^μ — 4-скорость частицы m.

Пусть мы имеем шар, состоящий из покоящихся в начальный момент пылевидных заряженных частиц со сферически-симметричным распределением с общей массой M и общим зарядом Q. На отдельную частицу, расположенную на расстояния r от его центра, действует гравитационная сила f_g, направленная к центру шара и электромагнитная сила отталкивания f_e, направленная в противоположную от центра.

Сформулируем условие равновесия для отдельной частицы, означающее равенство нулю ее ускорения к центру шара, т. е. случай, когда $-f_g^\alpha = f_e^\alpha$. Это условие эквивалентно условию сохранения во времени диаметра шарового слоя, образованного из таких частиц. Сохранение же диаметра ковариантно формулируется в виде сохранения временного интервала S_{12} по собственным часам частицы при обходе световым сигналом вокруг рассматриваемого шарового слоя по меридиану. Условием равновесия или, что то же, условием сохранения диаметра шарового слоя $D = cS_{12}/\pi$ будет $S_{12} = \mathrm{const}$. Формально такое условие будет выполняться для сферического координатного каркаса, построенного с помощью хронометрических координат (поскольку в хронометрических координатах координатное расстояние r определяется через интервал S_{12} между отправкой и приемом отраженного светового сигнала $r = \frac{1}{2}\, cS_{12}$).

Выражение в этих координатах равенства нулю координатного ускорения или условия $U_{\eta,s} = 0$ будет тождественно условию $S_{12} = \mathrm{const}$ или $D = \mathrm{const}$.

Итак, в хронометрических координатах условие равновесия $U_{\eta,s} = 0$ с учетом, что собственное гравитационное поле шара слабое (метрика внешняя), а частицы покоятся ($U^i = 0$, $i = 1, 2, 3$) из (7) запишется

$$\frac{-f_g}{f_e} = \frac{m\Gamma_{r00}U^0U^0}{q\Psi^n F_{r0}U^0} = \frac{mg_{00,r}U^0}{2qA_{0,r}\Psi^n} = 1, \tag{8}$$

где A_0 — 0-компонента 4-потенциала электромагнитного поля.

Выражение для $g_{00,r}$ получаются из уравнения гравитационного поля (2). Для статической сферической массы M, и с учетом малости члена k значение g_{00} будет мало чем отличаться от его значения в метрике Шварцшильда, т. е.

$$g_{00,r} = 2MG_0/r^2.$$

Значение потенциала поля A_0 получаются из уравнения электромагнитного поля

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\xi}\left(\frac{\partial A^\xi}{\partial x_0} - \frac{\partial A^0}{\partial x_\xi}\right)\sqrt{-g} = -4\pi j^0,$$

где 0-компонента 4-плотности тока $j^0 = \Sigma q_a \delta_a^3(x) U_a^0$.

Для A^0 компоненты с учетом практически плоской внешней метрики, а также сферической симметрии статических зарядов это дает

$$A^0 = \frac{QU^0}{rc} \quad \text{или} \quad A_0 = \frac{QU_0}{rc},$$

где $Q = \Sigma q_a$, и окончательно

$$A_{0,r} = \frac{QU_0}{r^2c}.$$

[1]Очевидно, что условие равновесия нельзя записать просто в виде $U_{\eta,s} = 0$, без указанной выше фиксации координат, т. к. это условие нековариантно, и, например, при использовании собственных сопутствующих координат это условие будет иметь место всегда, даже если частица падает к центру шара.

С учетом этого условие равновесия (8) запишется

$$\frac{-f_g}{f_e} = \frac{mMG_0U^0}{qQ\Psi^n U_0} = 1. \tag{9}$$

Если будет меняться внешнее поле $\Psi = \Psi(t)$, то будет нарушаться условие равновесия для частиц шара. Внешнее поле своей величиной будет влиять на результаты локальных опытов, что будет означать **нарушение сильного принципа эквивалентности**.

Аналогичная ситуация имеет место при рассмотрении равновесия массивных в целом незаряженных тел. Для каждого слоя тела, находящегося в равновесии, имеет место условие $-f_g/f_e = 1$, т. е. гравитационная сила притяжения к центру уравновешивается силой отталкивания электромагнитной природы (например, силой упругости) и отношение этих сил будет определяться уравнением, аналогичным (9)

$$\frac{-f_g}{f_e} = \frac{bU^0}{\Psi^n U_0} = 1, \tag{10}$$

где b — константа.

Для каждой частицы тела, находящейся в равновесии, имеет место равенство этих сил, т. е. $f_g/f_e = 1$. Нарушение этого равновесия в силу изменения Ψ будет приводить к сжатию, либо к расширению тела. Если же тело имело собственное вращение, то в силу сохранения момента импульса $J\omega = \mathrm{const}$ (J — момент инерции, ω — угловая скорость вращения), при изменении радиуса тела, т. е. изменении момента инерции J, будет происходить изменение и скорости собственного вращения ω

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = -\frac{\delta J}{J} = K\,\frac{\delta(f_g/f_e)}{(f_g/f_e)}, \tag{11}$$

где коэффициент K зависит от внутреннего строения тела.

2. Собственное вращение Земли в поле Солнца как тест по проверке сильного принципа эквивалентности

В качестве практического теста по проверке выполнения сильного принципа эквивалентности рассмотрим собственное вращение ω вокруг своей оси для Земли при ее эллиптическом орбитальном движении вокруг Солнца. При таком движении Земля поочередно приближается и удаляется от Солнца, что приводит для L из (1) к периодическому с годовым циклом изменению компоненты Ψ гравитационного поля от Солнца. А именно, изменение $\delta\Psi$ из (6) будет

$$-\frac{\delta\Psi}{\Psi} = \frac{2G_0M_0\,\delta R}{c^2R^2} = -\frac{2G_0M_0\varepsilon}{c^2R_0}\,\cos\Omega, \tag{12}$$

где Ω — угловое положение Земли (долгота) при движении по орбите вокруг Солнца, ε — эксцентрисетет орбиты, R_0 — параметр орбиты.

Как уже отмечалось, выражение (10) в качестве условия равновесия должно рассматриваться в собственных хронометрических координатах X^α планеты. В этих координатах имеем: $\Gamma_{\eta\mu\nu} = 0$ от поля Солнца, $g_{00} = 1$ в поле Солнца, т. е. интервал ds в этих координатах будет

$$ds^2 = dt^2 - F(R, \sin\Omega)(dr^2 + r^2\,d\vartheta^2 + r^2\sin^2\vartheta\,d\varphi^2), \tag{13}$$

где $F(R, \sin\Omega)$ — функция R и Ω. При эллиптическом движении это будет циклическая метрика типа метрики Леметра. Для данного случая Γ_{r00} будет определяться собственным гравитационным полем Земли, а U^0 будет постоянной. С учетом этого из (10)–(12) для изменения скорости собственного вращения Земли ω при орбитальном движении вокруг Солнца имеем

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = K\,\frac{\delta(f_g/f_e)}{(f_g/f_e)} = -Kn\,\frac{\delta\Psi}{\Psi} = -Kn\,\frac{2G_0M_0\varepsilon}{c^2R_0}\,\cos\Omega. \tag{14}$$

Для получения из (14) численных значений $\delta\omega/\omega$ нам необходимо получить значение коэффициента K, связывающего в (11) изменения момента инерции J с изменением отношения $\delta(f_g/f_e)/(f_g/f_e)$.

Отметим также, что если при измерениях нами используется атомная система физических единиц, для которой по определению $f_e = \mathrm{const}$ при изменении поля Ψ, то изменение отношения f_g/f_e нами будет трактоваться как изменение силы тяжести f_g. Последнее можно трактовать как изменение кавендишевской G_K гравитационной «постоянной» при изменении скалярного поля Ψ (поскольку G_K измеряется именно по отношению f_g/f_e). В дальнейшем мы будем использовать атомную систему единиц, так что изменение f_g/f_e будем связывать с изменением силы тяжести, или что то же, с изменением G_K.

3. Расчет коэффициента *K*.

В качестве основной причины изменения радиуса Земли и момента инерции при изменении силы тяжести будем считать перераспределение вещества в результате фазовых переходов на границах скачков плотности (внутреннее ядро — ядро, ядро — мантия). А именно будем считать, что вещество внутренних слоев Земли на границах скачков плотности не претерпевает существенных изменений состава, а скачки плотности обусловленные фазовыми переходами вещества при высоких давлениях во внутренних слоях. Данный подход к строению Земли в настоящее время наиболее распространен [2], и в его пользу говорят последние данные по экспериментальному изучению фазовых переходов при высоких давлениях, соответствующих давлениям на границах «ядро — внутреннее ядро», «мантия — ядро» для Земли.

Итак, рассмотрим трехслойную модель Земли с границами слоев r_1 (внутреннее ядро), r_2 (ядро) и r_3 (мантия) и с значениями плотностей внутри каждого слоя соответственно ρ_1, ρ_2 и ρ_3. Для данного случая уравнения, описывающего изменение границ r_1, r_2, r_3 при фазовых переходах имеют вид

$$\frac{4}{3}\,\pi G_k\rho_3^2\left[(h_1r_1^3 - h_2r_2^3)\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right) + \frac{1}{2}\,(r_3^2 - r_2^2)\right] = P_2, \tag{15}$$

$$\frac{4}{3}\,\pi G_k\rho_2^2\left[h_2r_1^3\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + (r_2^2 - r_1^2)\right] = P_1, \tag{16}$$

$$\frac{4}{3}\,\pi\left[\rho_1r_1^3 + \rho_2(r_2^3 - r_1^3) + \rho_3(r_3^3 - r_2^3)\right] = M, \tag{17}$$

где левая часть уравнений (15) и (16) дает гравитационное давление на границах r_1 и r_2, а правая часть (15) и (16) — давления, соответствующие фазовым переходам. Третье уравнение системы — уравнение постоянства общей массы Земли M. В (15)–(17) обозначено: $h_1 = (\rho_1 - \rho_2)/\rho_3$, $h_2 = (\rho_2 - \rho_3)/\rho_3$, $h_3 = (\rho_1 - \rho_2)/\rho_2$. Уравнения (15), (16) записаны в атомной системе единиц. При этом P_1 и P_2 считаются независимыми от изменения Ψ. Если также учесть, что изменения гравитационного давления на границах происходят достаточно медленно (сезонные изменения), то температуру на границах фазовых переходов можно считать фиксированной. В этом случае можно пренебречь температурной зависимостью P_1 и P_2 и считать $P_1 = \mathrm{const}$, $P_2 = \mathrm{const}$.

Дифференцируя (15)–(17), получим

$$\begin{gathered}\alpha_{11}\xi_1 + \alpha_{12}\xi_2 + \alpha_{13}\xi_3 = -\frac{\delta G_k}{G_k},\\ \alpha_{21}\xi_1 + \alpha_{22}\xi_2 = -\frac{\delta G_k}{G_k},\\ \alpha_{31}\xi_1 + \alpha_{32}\xi_2 + \alpha_{33}\xi_3 = 0,\end{gathered} \tag{18}$$

где $\xi_1 = \delta r_1/r_1$, $\xi_2 = \delta r_2/r_2$, $\xi_3 = \delta r_3/r_3$ — относительные изменения границ r_1, r_2, r_3. Коэффициенты α_{ik} системы выражаются через h_1, h_2, h_3, r_1, r_2, r_3, т. е. через значения плотностей ρ_1, ρ_2, ρ_3 и радиусов r_1, r_2, r_3 для Земли. Решая систему (18), получим

$$\xi_1 = \alpha_1\,\delta G_k/G_k, \quad \xi_2 = \alpha_2\,\delta G_k/G_k, \quad \xi_3 = \alpha_3\,\delta G_k/G_k, \tag{19}$$

где α_1, α_2, α_3 определяются только значениями ρ_1, ρ_2, ρ_3, r_1, r_2, r_3.

В свою очередь, используя выражение для относительного изменения момента инерции трехслойного шара

$$\frac{\delta J}{J} = \frac{5(h_1 r_1^5\xi_1 + h_2 r_2^5\xi_2 + r_3^5\xi_3)}{h_1 r_1^5 + h_2 r_2^5 + r_3^5} \tag{20}$$

и подставляя вместо ξ_i найденные выражения из (19), получим общий вид изменения момента инерции Земли через относительное изменение $\delta G_k/G_k$

$$\frac{\delta J}{J} = K\,\frac{\delta G_k}{G_k} = K\,\frac{\delta(f_g/f_e)}{(f_g/f_e)}, \tag{21}$$

где коэффициент K является функцией только для значений радиусов r_i и плотностей ρ_i для Земли. Для Земли из сейсмических данных r_1, r_2, r_3 известны достоверно, а ρ_1, ρ_2, ρ_3 — достаточно достоверно. Подставляя известные значения r_i и ρ_i в (19) и (20), можно получить значение K.

При этом, если в качестве модели внутреннего строения Земли принять стандартную модель (модель А Буллена) со скачками плотности 5–9 г/см^3 (r_1), 11–16 г/см^3 (r_2) на границах, а для нашего модельного случая принять $\rho_1 = 5$, $\rho_2 = 10$, $\rho_3 = 15$ г/см^3, то получим $K = 3$.

Данный расчет проведен без учета влияния упругости пород Земли на изменение момента инерции. Учет упругости в данном случае дает поправку $K = 0,17$ [3], которая сравнима с точностью расчета K для модели с фазовыми переходами, и нами не учитывается.

4. Годичное изменение собственного вращения для Земли

Подставляя в (14) найденное значение $K = 3$, а также значение $2G_0M\,\delta\varepsilon/R_0c^2 = 3.4\times10^{-10}$, и принимая в (1) $n = 1$, получим расчетное значение сезонного изменения собственного вращения Земли вокруг оси $\delta\omega/\omega$, связанное с нарушением сильного принципа эквивалентности

$$(\delta\omega/\omega)_T = -10.2\times10^{-10}\cos\Omega. \tag{22}$$

Введение атомной шкалы времени (1955 г.) позволило путем астрономических измерений надежно (до 10^{-12}) определять сезонное изменение собственного вращения Земли [4], средняя величина которого составляет $\delta\omega/\omega = -45\times10^{-10}\cos\Omega$. Указанный эффект в большей своей части объясняется метеорологическими (изменение момента импульса атмосферы) и другими факторами. Величина остаточного члена (за вычетом всех известных факторов) сезонного изменения собственного вращения Земли по данным на 1962 г. оценивалось как $(\delta\omega/\omega)_{\text{ост}} = -(16 \pm 5) \times 10^{-10} \cos\Omega$ [4]. По данным наблюдений за период 1962–1972 гг. остаточная, не объясняемая известными факторами, часть эффекта составила меньшую величину [5, 6]:

$$(\delta\omega/\omega)_{\text{ост}} = -(7 \pm 3) \times 10^{-10} \cos\Omega,$$

что позволяло рассчитывать на дальнейшее уменьшение необъясняемого остатка, особенно за счет более точного учета метеорологических эффектов. Тем не менее при глобальном учете атмосферных факторов по международной программе MERIT (1983–1985 гг.) остаточная часть эффекта составила [7]

$$(\delta\omega/\omega)_{\text{ост}} = -(9 \pm 2) \times 10^{-10} \cos\Omega,$$

что хорошо согласуется с расчетным значением (22) для L с нарушенным принципом эквивалентности. В случае выполнения сильного принципа эквивалентности (например, для ОТО) с учетом современной точности оценки мешающих факторов должно было быть $(\delta\omega/\omega)_{\text{ост}} = (0 \pm 2) \times 10^{-10} \cos\Omega$.

Приведенные результаты позволяют заключить, что имеются указания на возможное нарушение сильного принципа эквивалентности. Дальнейшее повышение точности учета прежде всего метеорологических факторов, влияющих на вращение Земли вокруг оси, позволит сделать на этот счет более обоснованный вывод.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Станюкович К.П., Мельников В.Н.* Гидродинамика, поля и константы в теории гравитации, М.: Энергоатомиздат, *1983*.
2. *Бакулин П.И., Кононович Э.В., Мороз В.И.* Курс общей астрономии, М.: Наука, *1974*.
3. *Lyttleton R.A., Firch J.P.* Astrophis. J., *1978*, Vol. 221, № 2, p. 1, P. 412.
4. *Манк У., Макдональд Г.* Вращение Земли, М.: Мир, *1964*.
5. *Сидаренков Н.С.* Труды гидрометцентра СССР, *1978*, вып. 205, С. 48.
6. *Lambeck K., Hoopgood P.* Geophys. J. Roy. Soc., *1981*, Vol. 64, № 1, P. 67.
7. *Dutton C.E., Fallon F.W.* Proc. Int. Conf. Earth Rotat. and Terr. Ref. Frame, Columbus, Ohio, *1985*, Vol. 2, P. 450.